

II-15 流木群の流動のシミュレーション

京都大学防災研究所 正会員 中川 一
 京都大学防災研究所 正会員 高橋 保
 京都大学大学院 学生員 池口正晃

1. はじめに 本研究においては、流木群が平面場へ氾濫する場合の拡散について、基礎実験によって拡散係数を求め、これを用いた流木のラグランジュ的運動追跡法と、氾濫水のオイラー的挙動解析法とを組み合わせた流木運動のシミュレーション法を示す。この解析手法の妥当性を水理実験結果をもとに検討する。

2. 流木の流動に関する基礎方程式 氾濫場内の流水および流木の運動を示す方程式系を以下の様に表示す。

$$x \text{ 方向 } \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial uM}{\partial x} + \frac{\partial vM}{\partial y} = -gh \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} - \frac{\tau_{xz}}{\rho} \quad y \text{ 方向 } \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial uN}{\partial x} + \frac{\partial vN}{\partial y} = -gh \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho} - \frac{\tau_{yz}}{\rho} \quad (1)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (2) \quad \tau_{bx}/\rho = \frac{n^2 g u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} \quad \tau_{by}/\rho = \frac{n^2 g v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \tau_{xz} = \frac{1}{A} \sum_{k=1}^{N_t} \left\{ \frac{1}{2} \rho C_{Dx} \sqrt{(U_k - u_k)^2 + (V_k - v_k)^2} (U_k - u_k) A_{kx} \right\} \\ \tau_{yz} = \frac{1}{A} \sum_{k=1}^{N_t} \left\{ \frac{1}{2} \rho C_{Dy} \sqrt{(U_k - u_k)^2 + (V_k - v_k)^2} (V_k - v_k) A_{ky} \right\} \end{array} \right. \quad (5)$$

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} = \sum N_0 \quad (3) \quad \left\{ \begin{array}{l} x \text{ 方向 } \frac{dX_k}{dt} = u_k \\ y \text{ 方向 } \frac{dY_k}{dt} = v_k \end{array} \right. \quad (6) \quad \left\{ \begin{array}{l} m_k \frac{du_k}{dt} = -m_k g \frac{\partial h_k}{\partial x} + \frac{1}{2} \rho C_{Dx} \sqrt{(U_k - u_k)^2 + (V_k - v_k)^2} (U_k - u_k) A_{kx} \\ m_k \frac{dv_k}{dt} = -m_k g \frac{\partial h_k}{\partial y} + \frac{1}{2} \rho C_{Dy} \sqrt{(U_k - u_k)^2 + (V_k - v_k)^2} (V_k - v_k) A_{ky} \end{array} \right. \quad (7)$$

ただし、 H ; 水位、 h ; 流動深、 τ_{bx} 、 τ_{by} ; x 、 y 方向の底面せん断応力、 τ_{xz} 、 τ_{yz} ; 流木による水面でのせん断応力、 u 、 v ; x 、 y 方向の流速成分、 M 、 N ; $M = uh$ 、 $N = vh$ 、 m_k ; 流木 k の質量、 X_k 、 Y_k ; 流木の重心の位置、 u_k 、 v_k ; 流木の速度、 U_k 、 V_k 、 H_k ; 流木 k が位置している地点での氾濫水の局所流速成分および水位、 A ; 水表面積で $A = \Delta x \Delta y$ (Δx 、 Δy は x 、 y 方向の空間差分間隔)、 A_{kx} 、 A_{ky} ; 水面下にある流木部分の x 、 y 方向の投影面積、 C_{Dx} 、 C_{Dy} ; 流木に対する抗力係数、 θ ; x 軸と流木の長軸との成す角度、 N_0 ; 流木に作用する流体力のモーメントである。ここで、(6)、(7)式は、流木重心の軌道に沿ったラグランジュ微分である。これら基礎式を差分近似することで計算が可能であるが、(3)に関しては、流木に作用する流体力の分布を求めるのは困難なので、ここでは以下に示す方法で評価することにする。

3. 流木の拡散係数および偏走向に関する実験 一次元水路を用いて、水理量を種々変化させながら流木の拡散係数 K と回転角 θ とを統計的に求めた。実験条件は表1に示す通りで9通り行い、各RUNごとに50本の流木を流した。なお、流木には、長さ2.5cm、直径2.2mm、比重0.83の円柱形木材を使用した。流木の重心の軌跡を追跡し横方向の変位をある断面で調べ、それを度数分布にしたものの一例を図1に示す。変位の最小目盛りは1cmである。この図のように流木の横方向の変位の分布はほぼ正規分布とみなすことができる。

拡散係数 K は、流下開始点を $x=0$ cm とし、 $x=0 \sim x=300$ cm を10cm毎の31断面に区切った点を計測地点とし、それぞれの地点で

の横方向の位置と通過時刻を求め、

$K(t) = 1/2 d\overline{Y_k^2}/dt$ で評価した。同一の実験で合計30個の断面の拡散係数 K が求められるが、同一水理条件での

表1 実験条件

RUN No.	Q (cc/s)	h (cm)	u (cm/s)	u_x (cm/s)	Fr	Re	K (cm ² /s)	ω (deg/s)	σ_ω (deg/s)	K/($u_x h$)
RUN 1	600	2.68	4.48	0.326	0.091	950	0.216	0.368	8.019	0.247
RUN 2	600	5.26	2.14	0.154	0.031	859	0.112	-0.083	2.170	0.118
RUN 3	800	8.58	1.40	0.101	0.017	783	0.126	-0.149	1.846	0.145
RUN 4	1000	2.68	7.46	0.504	0.153	1583	0.435	-0.110	12.494	0.322
RUN 5	1000	5.51	3.63	0.244	0.054	1436	0.232	-0.097	4.615	0.173
RUN 6	1000	8.68	2.30	0.155	0.029	1301	0.188	-0.077	2.367	0.140
RUN 7	1400	2.91	9.62	0.618	0.189	2198	0.502	1.528	15.738	0.279
RUN 8	1400	5.71	4.90	0.314	0.072	1998	0.342	0.527	5.730	0.191
RUN 9	1400	8.68	3.23	0.206	0.040	1821	0.458	0.250	3.723	0.256

平均拡散係数 K は、その30個の値の平均値とした。各RUNの $u_x h$ と流木の拡散係数との関係は、データのばら

つきはあるが、この実験においては、 $K/u_*h = 0.208$ となった。

流木の回転角については、その角速度を拡散係数と同様に2地点の回転角と通過時刻とから求めた。その結果角速度の平均値は $\bar{\omega} \cong 0$ で正規分布をしていることが分かった。その標準偏差 σ_ω と、長さスケールに水深を用いたフルード数との関係を見たのが図2であり、 $\sigma_\omega = 81.6Fr$ なる強い相関関係があることが分かった。本実験の流木の流動は水表面であることから、自由表面の存在によるその擾乱の程度が影響しているものと推察されるが、まだ理由は明らかではなく、今後、流木の比重等の特性を変えて検討していく必要がある。

4. 二次元氾濫場における流木群の流動に関する実験 堤内地を想定した2次元氾濫場に、流木群の流入条件を種々変化させ、流木の拡散過程を追跡する実験を行った。流木位置については、(3)以外の(1)～(7)式による決定論的な位置と、以下に示す確率論的に求まる変動量との和で表わせるとする。 $dX_k/dt = u_k$ および $dY_k/dt = v_k$ から求まる決定論的な位置 (X_k, Y_k) からのずれ、 $\Delta X_k, \Delta Y_k$ を

$$\left. \begin{aligned} \Delta X_k &= \sqrt{4K(2\Delta t)\text{erf}^{-1}(\alpha)} \left\{ \begin{aligned} &\text{erf}(s) = \{1 - \Phi(\sqrt{2}s)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_s^\infty \exp^{-t^2} dt \\ &\Phi(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^s \exp^{-t^2/2} dt \end{aligned} \right\} \\ \Delta Y_k &= \sqrt{4K(2\Delta t)\text{erf}^{-1}(\beta)} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

で評価する。ここに α, β はランダム変数、 erf^{-1} は $\text{erf}(s)$ の逆関数である。したがって流木の位置は、次式で評価される¹⁾。

$$\begin{aligned} X_k &= u_k(2\Delta t) + \Delta X_k = u_k(2\Delta t) + \{4K(2\Delta t)\}^{1/2} \text{erf}^{-1}(\alpha) \\ Y_k &= v_k(2\Delta t) + \Delta Y_k = v_k(2\Delta t) + \{4K(2\Delta t)\}^{1/2} \text{erf}^{-1}(\beta) \end{aligned} \quad (10)$$

回転角については、流木は平均角速度 $\bar{\omega} \cong 0$ 、その標準偏差が $\sigma_\omega = 81.6Fr$ の正規分布をもって回転することから、流木の回転角 θ は、

$$\theta = \theta_0 + (2\Delta t)\omega = \theta_0 + (2\Delta t)(\gamma\sigma_\omega + \bar{\omega}) \quad (11)$$

の値をとると考える。ここに $\gamma = (\omega - \bar{\omega})/\sigma_\omega$ で、角速度の確率密度関数 $\phi[(\omega - \bar{\omega})/\sigma_\omega]$ は正規分布をなすと仮定して、その分布関数 Φ の値を $[0, 1]$ の区間のランダム変数として与えることで、分布関数の逆関数より γ を求められるとし、(11)式より θ が評価される。計算ではこれらの結果を平面2次元場へ適用することにする。

5. 数値シミュレーション 図3に、以上のような計算手法により求めた計算結果と、実験結果とを示す。計算では多少流木の流動が遅れるが、流木群の拡散の様子が本シミュレーション手法である程度再現されていることがわかる。計算では氾濫水の流速が実験値よりも主流域で小さく算定されていることがわかっており、これが流木の拡散が計算で少し遅れる原因であると思われ、流れの場のシミュレーション法を今後改良する必要がある。なお、計算では、 $\Delta x = \Delta y = 5\text{cm}$ 、 $\Delta t = 0.008$ 秒、粗度係数は $n = 0.01$ とした。

6. おわりに 流木同士の接触、衝突については、ここでは考慮していないが、これについても今後検討する必要があるだろう。

<参考文献> 1) J. K. Dukowicz: A Particle-Fluid Numerical Model for Liquid Sprays, J. Comp. Phys., 35, 1980.

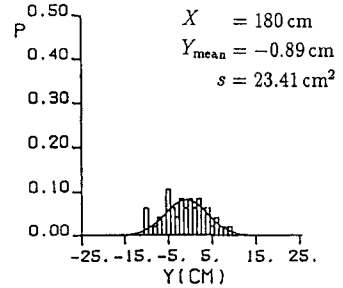


図1 拡散変動量の度数分布

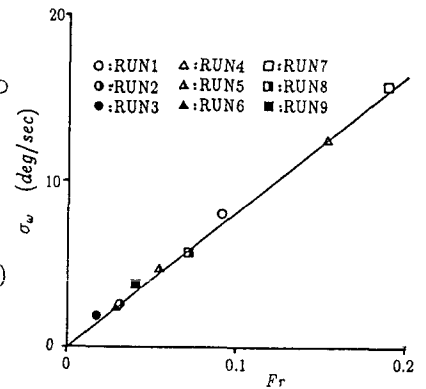


図2 Fr と σ_ω の関係

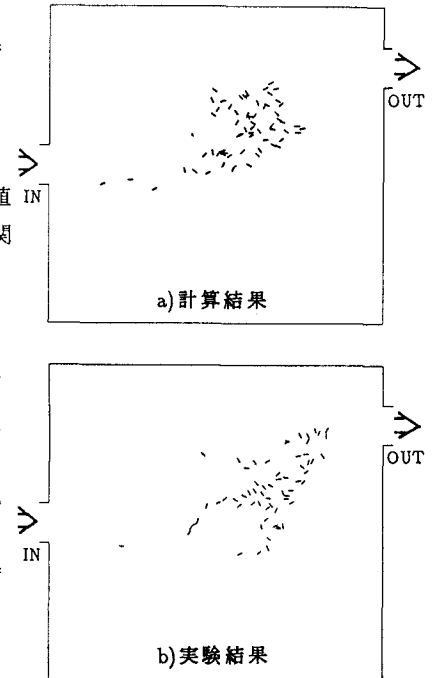


図3 流木の流動