

CS2-3〔II〕 固体粒子群の水中落下挙動の解析

大阪大学工学部 正員 玉井昌宏

大阪大学工学部 正員 村岡浩爾

1. まえがき 海域で投棄された土砂や碎石などの散乱挙動や堆積形状を精度高く予測するためには、固体粒子群が水中落下時に誘起する流動場を把握することが重要である。¹⁾ところが予測手法に関する既往の研究成果を概観すると、拡散方程式あるいは固体粒子の運動方程式を基礎としたものが大半であり、誘起流動の特性を踏まえた予測手法の提案はない。本研究では瞬間投入された粒子群の落下運動により誘起される流動場とそれによる粒子拡散の予測を目的とした解析モデルを提案する。

2. 理論的解析 固体粒子の混入が流体の局所的な密度変化をもたらすと考えれば、固体粒子の瞬間投入により生じる流動場は浮力流体を瞬間的に放出した場合に形成される乱流サーマルに類似したものになると予想される。但し、流体と粒子は相対速度が存在し両者は同位相では挙動しないことから、同理論をそのまま適用することはできない。ここでは、乱流サーマル理論²⁾を混相流的に解釈し、粒子群の落下運動モデルに拡張することを試みた。投下される粒子群は複数の粒径を有しているものとするが、そのなかの一つの粒径の粒子群(解析対象粒子)の拡散領域について、各種保存則を適用する。理論展開における主な仮定は、①解析対象となる粒径の粒子群の拡散形状(以下ではこの拡散領域を混相流体塊と呼ぶ。)は拡がり幅Wと高さHを軸とする楕円形であり、W/Hは一定とすること、②混相流体塊内部の流体流速、各粒径の固体粒子の個数密度、速度は一樣であること、③混相流体塊内部の質量の変化は混相流体塊の運動に関する全体的な特性量によってのみ支配されること、④衝突など粒子間の直接的な相互作用は無視することの以上4点である。仮定③により混相流体塊内部の質量保存式は1式のように表示される。ここに、M、M_vはそれぞれ混相流体塊内の流体と粒子群の運動量と流体塊外の付加質量分の運動量である。mは流体塊の質量、ρは流体塊の密度である。質量変化が付加質量分の運動量に依存しないとすれば、次元解析により2式の関係を得る。

$$\frac{dm}{dt} = f(M, M_v, m, \rho) \quad (1) \quad : \quad \frac{dm}{dt} = 2\pi^{1/2} \alpha M \left(\frac{\rho}{m}\right)^{1/2} \quad (2)$$

ここに、αは拡がり係数である(乱流サーマル理論の連行係数に相当する)。mとMは流体塊の幅Wと形状係数k(=W/H)を用いると次式のように定義される。

$$m = \rho_f \left(\frac{\pi}{4k} W^2 - \sum q_i \right) + \sum (\rho_{fi} q_i) \quad : \quad M = \underbrace{\rho_f \left(\frac{\pi}{4k} W^2 - \sum q_i \right) U_F}_{M_F} + \underbrace{\sum (\rho_{fi} q_i (U_F + U_{ri}))}_{M_P} \quad (3) \quad (4)$$

ここで、U_Fは流体塊内部の平均的な流体流速であり、ρ_Fは流体の密度である。添字iは粒子の種類を示しており、第i種の粒子の密度をρ_{fi}、流体との相対速度差をU_{ri}とする。q_iはある解析対象の粒子群の拡がり領域内に存在する他の粒径の粒子の単位奥行き当り量を示している。また、Σは粒子の種類(粒径)について合計することを意味する。M_FとM_Pはそれぞれ流体と粒子の運動量である。3、4式を2式に代入することにより次式を得る。U_{ri}は各粒子の相対速度である。ε_i=q_i/流体塊面積として、

$$\frac{dW}{dt} + \frac{2k}{\pi W} \sum \left\{ \frac{(\rho_{fi} - \rho_f) dq_i}{\rho_f} \right\} = 2k^{1/2} \alpha [(1 - \sum \varepsilon_i) U_F + \sum \left\{ \frac{\rho_{fi}}{\rho_f} \varepsilon_i (U_F + U_{ri}) \right\}] \quad (5)$$

固体粒子群の拡散領域の流体の運動量とその付加質量分の運動量の合計が保存されると考えて、流体の運動量保存を次式で定義する。

$$\frac{d(M_F + M_{Fv})}{dt} = \sum \left\{ n_i C_{Di} \frac{\pi}{8} \rho_f U_{ri} |U_{ri}| d_i^2 \right\} - C_i \rho_f U_F |U_r| W \quad (6)$$

ここに、n_i(cm⁻¹) (=q_i/第i番粒子1個の体積)は流体塊内の単位奥行き当りの固体粒子個数、U_rは

解析対象粒子の流体との相対速度、 C_{Di} は粒子抵抗係数、 d_i は粒子直径である。右辺第一項は流体塊内部の第 i 番粒子と流体の相対速度差により生じる抗力である。右辺第2項は混相流体塊外への運動量の損失を表している。これは流体と粒子間に相対速度が存在することにより、粒子群の拡がり面積内に存在した流体の一部が Δt 時間後には粒子群拡がり部分から逸脱する。その面積は粒子群の拡がり幅 W と相対速度によるずれの大きさ $U_F \Delta t$ の積として表示される。 C_i は比例定数であり、0.5 に設定した。仮定①より付加質量係数 $k_v (=const.)$ により、 $M_v = k_v M$ と仮定した。

第 i 番の粒子に対する運動方程式は次式を用いる。

$$\left(1 + k_m \frac{\rho_F}{\rho_{Pi}}\right) \frac{dU_{Ri}}{dt} = \frac{\rho_{Pi} - \rho_F}{\rho_{Pi}} \left(g - \frac{dU_F}{dt}\right) - \frac{3\pi}{4d_i} C_{Di} \rho_F U_{Ri} |U_{Ri}| \quad (7)$$

ここで、 d_i 、 $k_m (=0.5)$ は固体粒子の直径と付加質量係数である。抵抗係数については粒子間相互作用を無視して次式を用いる。但し、 $Re_i = |U_{Ri}| d_i / \nu$ である。

$$C_{Di} = \frac{24}{Re_i} + \frac{3}{Re_i^{1/2}} + 0.34 \quad (Re_i < 1000) ; C_{Di} = 0.44 \quad (Re_i \geq 1000) \quad (8)$$

混相流体塊内の q_i の保存については流体運動の運動量の欠損と同じ考え方を用いる。混相流体塊内では各粒子径の粒子群は体積密度 $q_i / (\pi W^2 / (4k))$ で一様に存在していると仮定し、単位時間当りの q_i の変化を次式のように表示する。

$$\frac{dq_i}{dt} = -C_i \frac{4k}{\pi W} q_i |U_{Ri} - U_R| \quad (9)$$

未知変数 W 、 U_F 、 U_{Ri} 、 q_i に対して、5、6、7、9式を差分化し、数値計算により解を求めた。

3. 実験結果との対応（単一粒径の場合） 実験では粒径1.3～5mmのガラスビーズを2次元的に瞬間的に投下した場合の粒子群の挙動をビデオカメラにより解析した。その詳細については参考文献1)を参照されたい。本解析における唯一の未知パラメータは拡がり係数 α である。同係数は混相流体塊規模の流動と粒子・流体の相対速度による不規則力とも影響され、現状ではその算定方法については不明である。ここでは実測値との一致により $\alpha = 0.7$ に設定した。

単位奥行き当たりの投下量を一定(10cm²)として、粒径を変化させた場合の解析対象粒子群の挙動の変化について検討する。筆者らの実験によれば、同一の投下量であれば粒径が小さくなるほど流体粒子の相対速度が減少し、粒子群は乱流サーマル的な挙動を呈する。粒径が大きくなるほど粒子群の挙動は個々の粒子の自由沈降が卓越するようになることが分かっている。¹⁾ 図-1、2はそれぞれ粒子群の拡がり幅 W と群先端の落下速度 ($U_F + U_R$) の落下に伴う変化を示している。解析解と実験結果との一致は良好であり、粒子群の落下挙動特性の変化を再現できているものと考えられる。

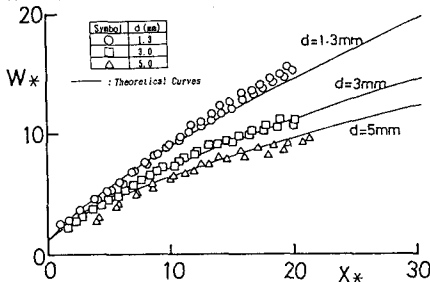


図-1 粒子群の水平方向拡がり幅(W)の変化

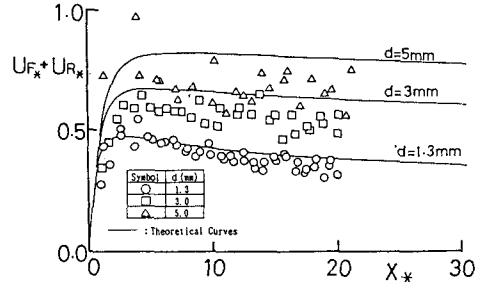


図-2 粒子群先端の落下速度($U_F + U_R$)の変化

参考文献) 1) 室田・中辻・玉井・町田：海域での土砂投下による密度流現象，海岸工学講演会論文集，35，1988. 2) Baines and Hopfinger：Thermal with large density difference, Atmospheric Environment, Vol. 16, No. 6, 1984.