I-653　単純な形状をしたライフラインの需給点ペア間の連結確率

埼玉大学工学部　正会員　川上　英二

1．序文

これまでに，著者は，参考文献 1)2)において，特に，上水道または電力システムなどのように，供給地点と需要地点とが明確に分離されているような供給システムを対象とし，物理的な被害と機能的な支障との関係を解析的に検討した．これに対し，本研究においては，道路交通システムなどのように，システム上のどの地点も，供給，需要地点のいずれにもなりうるようなシステムに対し，破壊箇所数（物理的な被害）と需給点ペア間の連結性（機能的な支障）との関係を解析的に検討した．

2．解析の仮定[3)]

扱った最も基本的なシステムは，図-1 に示す直線（線状）システム，円形（閉曲線）システム，人形（三叉）システムである．これらの３つのシステムに対し，一対の供給点・需要点と N 個の破壊箇所とがネットワーク上に独立，一様，ランダムに発生するものと仮定した．また，何れのシステムも，リンクの全長を L とした．

供給点と需要点と（「需給点ペア」または「需給点」とも呼ぶ）を結ぶどの経路（パス）上にも一つ以上の破壊が存在している場合には連結していないとし，破壊が存在していない経路がひとつでもある場合には連結していると仮定する．例えば，図-2 に示すシステムに対して×印の箇所で破壊が生じた場合には，供給点１と需要点１とは連結（機能）しておらず，供給点２と需要点２とは連結していることになる．そして，（連結確率）＝（需給点ペアが連結している確率） と定義する．

3．解析結果

まず，需給点ペア間の距離 X の確率密度関数 $f_X(x)$ の解析解を表-1(a)のように算定した．また，N 個の破壊箇所が生じた場合に，需給点ペア間距離が X=x で連結している確率 $f_X(x,N)$ を表-1(b)のように定式化した．また，需給点ペア間の連結確率 P(N) の解析解を，表-1(c)，図-3 のように求めた．更に，需給点ペア間の距離の期待値 $\bar{x}(N)$（連結していなければ距離を零とした場合の期待値），および，$\bar{x}^*(N)$（連結している条件付の期待値）の解析解をそれぞれ表-1(d)(e) のように算定した．また，図-3 では，多数回のシミュレーションを行うことにより，連結確率の理論解の確認を行った．

得られた結果は，仮定が簡単であり基本的であるため，システムの特性の一面を表わしており，実際のシステムの信頼性を考える上での一つの知見になるものと考えられる．

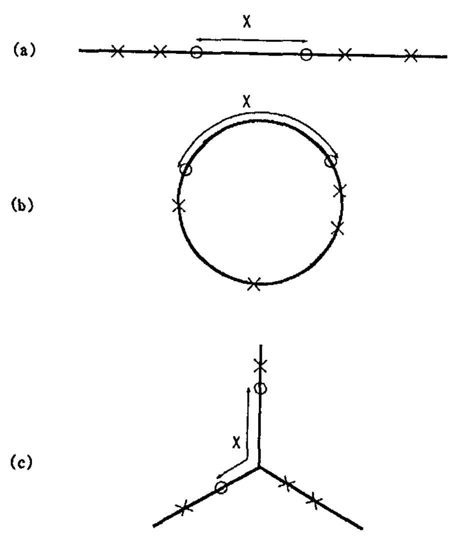

図-1　(a)直線，(b)円形，(c)人形システム
（○：供給点，需要点．　×：破壊箇所．
X：需給点ペア間距離　）

参考文献

1）川上英二：単純なライフラインネットワークの被害率と供給率との関係について，土木学会論文報告集，第344号，1984.

2）Kawakami,H.: Earthquake physical damage and functional serviceability of lifeline network models,Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.19, 1990.

3）川上英二：単純なライフラインの形状と一対の需給点間の連結確率との関係，土木学会第46回年次学術講演会，I-537,1991.

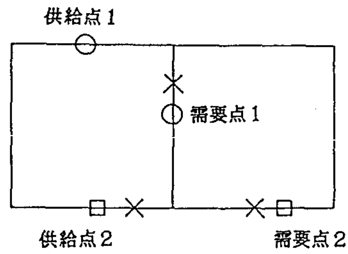

図-2　連結の定義（×：破壊箇所）

	直線モデル	円形モデル	人形モデル
理　論	———	— —	···········
シミュレーション	●	○	×

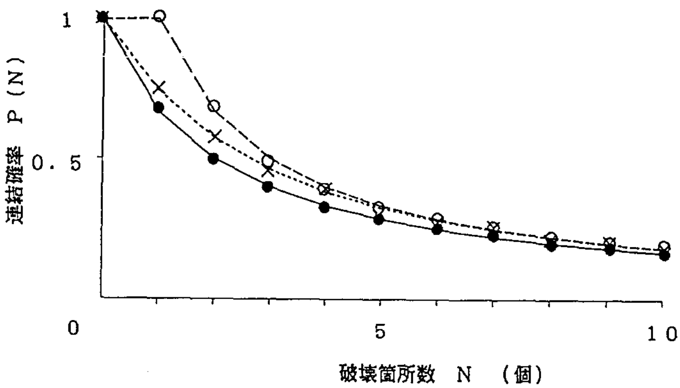

図-3　破壊箇所数と連結確率との関係

表-1　３つのシステムに対する解析解

		直線システム	円形システム	人形システム	
(a)	$f_X(x)$	$\frac{2}{L}-\frac{2}{L^2}x$	$\frac{2}{L}$	$\frac{2}{L}$　$(0\leqq x\leqq \frac{1}{3}L)$	$\frac{4}{L}-\frac{6}{L^2}x$　$(\frac{1}{3}L\leqq x\leqq \frac{2}{3}L)$
(b)	$f_X(x,N)$	$\frac{2}{L}(1-\frac{X}{L})^{N+1}$	$\frac{2}{L}\{(1-\frac{X}{L})^N+(\frac{X}{L})^N\}$ or $\frac{2}{L}(1-\frac{X}{L})^N$	$\frac{2}{L}(1-\frac{X}{L})^N$　$(0\leqq x\leqq \frac{1}{3}L)$	$\frac{6}{L}(1-\frac{X}{L})^N(\frac{2}{3}-\frac{X}{L})$　$(\frac{1}{3}L\leqq x\leqq \frac{2}{3}L)$
(c)	$P(N)$	$\frac{2}{N+2}$	$\frac{2}{N+1}$	$\frac{2}{N+1}+\frac{6}{N+1}\cdot\frac{1}{N+2}\cdot\{(\frac{1}{3})^{N+2}-(\frac{2}{3})^{N+2}\}$	
(d)	$\bar{x}(N)$	$\frac{2}{(N+2)(N+3)}L$	$\frac{2}{(N+1)(N+2)}\{1-(\frac{1}{2})^{N+1}\}\cdot L$	$\frac{L}{(N+1)(N+2)}\{2-2(\frac{2}{3})^{N+2}+4(\frac{1}{3})^{N+2}\}+\frac{12L}{(N+1)(N+2)(N+3)}\{(\frac{1}{3})^{N+3}-(\frac{2}{3})^{N+3}\}$	
(e)	$\bar{x}^*(N)$	$\frac{1}{N+3}L$	$\frac{1}{N+2}\{1-(\frac{1}{2})^{N+1}\}\cdot L$	$[\frac{L}{(N+1)(N+2)}\{2-2(\frac{2}{3})^{N+2}+4(\frac{1}{3})^{N+2}\}+\frac{12L}{(N+1)(N+2)(N+3)}\{(\frac{1}{3})^{N+3}-(\frac{2}{3})^{N+3}\}]$ $/[\frac{2}{N+1}+\frac{6}{N+1}\cdot\frac{1}{N+2}\cdot\{(\frac{1}{3})^{N+2}-(\frac{2}{3})^{N+2}\}]$	