

I-579

複素剛性を有する構造系の同定

東京電機大学 大学院 学生員 ○ 塩谷 俊之
東京電機大学 理工学部 正会員 松井 邦人

1. はじめに

構造物の応答を測定し、構造特性を推定することは、耐震性、耐久性を知る上で重要である。一般に、地盤などの剛性には、複素剛性が用いられる。本研究では、複素剛性を有する一般的な運動方程式をたて、減衰係数、複素剛性を同定する。図-1に示すようなモデルに対して、El Centro N-S 波を作用させそれより求められる応答波を用いて未知パラメータの推定精度を検討する。

さらに、実際の地震動は、ノイズを含んでいるため、El Centro N-S 波にホワイトノイズを加えて、ノイズが未知パラメータの推定に与える影響についても検討してみる。但し、感度解析、応答解析には、Newmark β法を用い、同定手法には、Gauss-Newton法を用いた。

2. 動的解析と同定手法

図-1に示すモデルのような多自由度系の運動方程式は(1)式のようになる。

$$M\ddot{z} + C\dot{z} + K_R z + iK_I z = Q \quad (1)$$

ここで、M、C、 $K_R + iK_I$ は、質量、減衰係数、複素剛性マトリックス、 \ddot{z} 、 \dot{z} 、 z は、応答加速度、応答速度、応答変位のベクトル、Qは外力ベクトルである。ここで、 \ddot{z} 、 \dot{z} 、 z は、応答加速度、応答速度、応答変位は、複素数である。

本研究では、質量mを既知として、測定データよりC、 K_I 、 K_R を同定しようとするものである。

ここで、質点1における測定値を $\dot{v}_1(t)$ 、解析値を $\dot{u}_1(t)$ 、測定誤差を $\varepsilon_1(t)$ とし、解析値と真値が一致すると仮定すると、

$$\dot{v}_1 = \dot{u}_1 + \varepsilon_1 \quad (2)$$

の関係が成立する。ここで、同定パラメータ(C、 K_R 、 K_I)を x_λ ($\lambda=1\sim M$)とすると、 $x = (x_1, x_2, \dots, x_M)^T$ であり、 u_λ は x_λ ($\lambda=1\sim M$)の関数である。Gauss-Newton法の考え方にに基づき、評価関数Jを次のように定義する。

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i \in \Omega} w_i \left(\dot{v}_i - \dot{u}_i - \sum_{k=1}^M \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_k} \delta x_k \right)^2 dt \quad (3)$$

$t_0 \sim t_1$ は観測データの継続時間、 w_i は重み係数である。ここで、式(3)を最小にするように同定パラメータ $x = (x_1, x_2, \dots, x_M)^T$ を決定する。そのための必

要条件 $\partial J / \partial \delta x_\lambda = 0$ より

$$\sum_{\lambda=1}^M \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \left(\sum_{i \in \Omega} w_i \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_\lambda} \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_\lambda} \right) dt \right\} \delta x_\lambda = - \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i \in \Omega} w_i \left(\dot{v}_i - \dot{u}_i \right) \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_\lambda} dt \quad (k=1\sim M) \quad (4)$$

式(4)は δx_λ ($\lambda=1\sim M$)に関する連立方程式である。 u_λ の同定パラメータに関する偏微分係数は動的感度であり、式(1)を x_λ で偏微分した式を解くことにより求められる。式(4)を δx_λ について解き、 $x_\lambda = x_{\lambda 0} + \delta x_\lambda$ として繰り返し計算を行うことにより、 x_λ の最適推定値

を求めることになる。ここでは、重み係数 w_i は、すべて1.0として計算した。

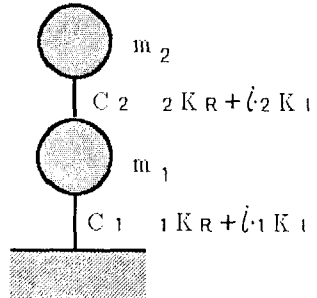


図-1 2質点系モデル

3. 2自由度系モデルの同定

図-1のような2自由度系の質量、減衰係数、複素剛性をそれぞれ $m_1 = m_2 = 50/9.8 \text{ t}\cdot\text{s}^2/\text{m}$ 、 $C_1 = C_2 = 10.0 \text{ t}\cdot\text{s}^2/\text{m}$ 、 $1K_R = 3000$ $2K_R = 2000$ 、 $1K_I = 100$ $2K_I = 50 \text{ t/m}$ これを真値とした。同定には、El Centro N-S 波を入力波とした。そこで、同定するにあたりmを既知とし同定パラメータをC、 K_R 、 K_I とした。同定の初期値を $C_1 = C_2 = 10.5 \text{ t}\cdot\text{s}^2/\text{m}$ 、 $1K_R = 3150$ $2K_R = 2100$ 、 $1K_I = 105$ $2K_I = 52.5 \text{ t/m}$ とした。繰り返し計算の収束状況を図-2~3に示す。これより、減衰係数C、複素剛性(虚数部) K_I は、収束が遅い傾向が見られる。また、C、 K_I は相関性が見られる。

4. ノイズ混入時の同定

実際地震は、測定されるデータには、ノイズ(観測誤差)が含まれている。本研究では、El Centro N-S 波にホワイトノイズを加え測定誤差が同定に与える影響を調べた。ノイズは、0.1から50Hzの振動成分を持つホワイトノイズ $\varepsilon(t)$ を50波作成した。

$$SN \text{比} = \frac{\sum_{t=0}^N (\varepsilon(t))^2}{\sum_{t=0}^N (\dot{z}(t))^2} \quad (5)$$

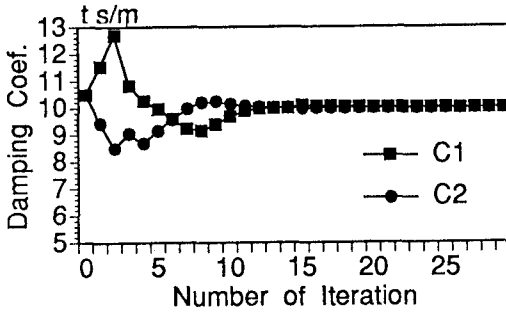


図-2 減衰係数の収束過程

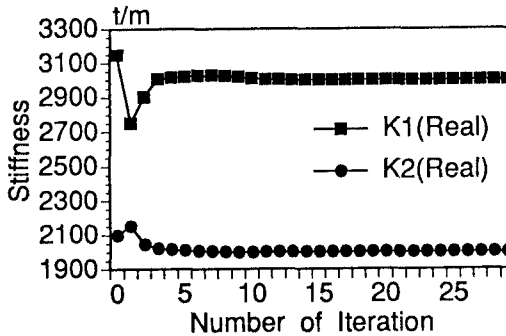


図-3 剛性(実数部)の収束過程

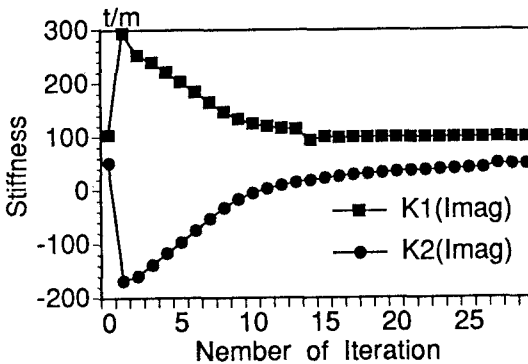


図-3 剛性(虚数部)の収束過程

(5)式が、5%、10%、15%、20%となるノイズ $\varepsilon(t)$ を作成し、同定に用いた応答加速度と入力波に加えた。このデータを用いて同定を行った。減衰係数、複素剛性の収束結果について図-5~7に示す。この図では、真値からのずれを示している。この比が、1.0のとき両方の値が一致していることを示している。SN比が、増加するにつれて減衰係数、複素剛性(虚数部)の収束結果が悪くなってゆくが、複素剛性(実数部)は真値に非常に近い値に収束して行く。減衰係数、

複素剛性(虚数部)は、複素剛性(実数部)よりノイズの影響を受け易く同定の精度に影響してくると思われる。

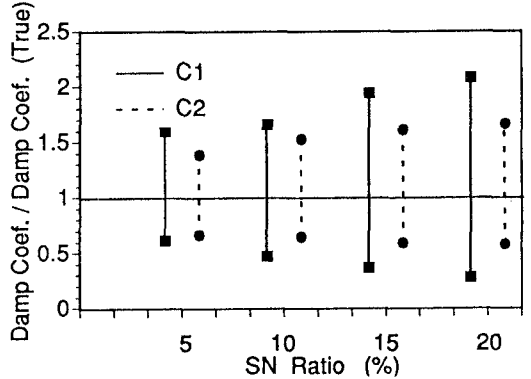


図-5 ノイズのSN比と収束値の変動幅の関係(減衰係数)

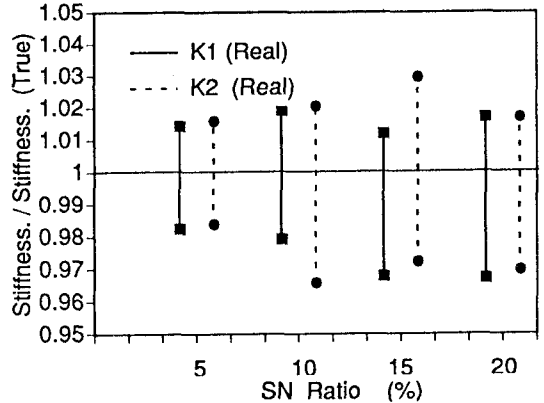


図-5 ノイズのSN比と収束値の変動幅の関係(剛性(実数部))

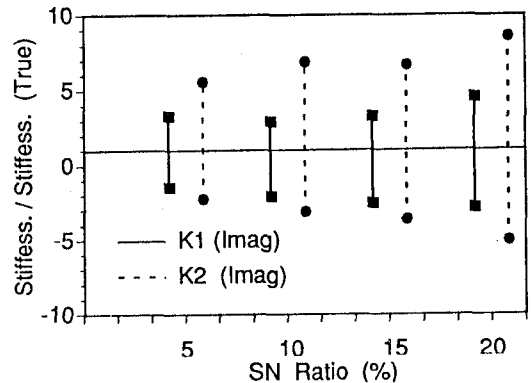


図-5 ノイズのSN比と収束値の変動幅の関係(剛性(虚数部))