

東京電力 正会員 小淵康義  
 武蔵工大 正会員 星谷 勝

1. まえがき

地盤に埋設された構造物基礎などの地震時挙動は、地盤と構造物との相互作用により複雑なものとなる。著者らは、このような振動系の振動性状を支配するパラメータを、観測データから拡張カルマンフィルタを用いて同定するための基礎検討を行い、システムの固有周波数が高い場合には、同定アルゴリズム中の積分が発散することなどにより、同定に失敗する場合があることを報告している<sup>1)</sup>。本研究では、このような複雑な振動系に対しても安定した同定が行える方法について検討している。

2. 拡張カルマンフィルタ<sup>2)</sup>の数値安定性の向上

カルマンフィルタの数値的な安定性については、数値計算における誤差について検討され、いくつかの改良アルゴリズムが実用化されている<sup>3)</sup>。これらのアルゴリズムでは、数値計算における誤差を生じさせないように、計算を倍精度で行うことや、逆行列を用いないUD分解フィルタが有効であるとされている。ここでは、対象とするシステムが動的なシステムであることから、拡張カルマンフィルタの時間更新アルゴリズムにおける数値積分の安定化をはかることが必要と考え、検討を行うこととする。

拡張カルマンフィルタの時間更新アルゴリズムでは、状態量に関する非線形のベクトル微分方程式で表される状態方程式を、現在の時点での最適推定値を初期値として解き、次の時間の予測値を求める。すなわち、(1)式で与えられる状態方程式に対して、状態量の推定値は(2)式で与えられる。

$$\dot{\hat{X}}_t = f(\hat{X}_t, t) \quad \dots\dots(1)$$

$$\hat{X}(t_{k+1} | t_k) = \hat{X}(t_k | t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} f(\hat{X}(t | t_k), t) dt \quad \dots\dots(2)$$

- ここに  $\hat{X}_t$  : システムの状態変数ベクトル
- $\hat{X}(t_{k+1} | t_k)$  : 次の時点 ( $t_{k+1}$ ) における状態量の推定ベクトル
- $\hat{X}(t_k | t_k)$  : 現在の時点 ( $t_k$ ) における状態量の最適推定ベクトル

したがって、(2)式中の積分が発散したり、数値的に不安定な場合には状態量の推定ベクトルが不安定になり同定計算が失敗することになる。

微分方程式の数値解析には、いろいろな手法が用いられているが、どの手法を用いた場合にも、システムの固有値と計算の時間刻みによりその精度や安定性が示される<sup>4)</sup>。一方、本研究のような振動問題に対するパラメータ同定では状態量にシステムの固有値を定める物理パラメータ(バネ定数など)が含まれる。したがって、拡張カルマンフィルタを使用した同定における初期の部分で、状態量が大きく変動した場合には、数値積分の安定性が保たれない場合が生ずる。このような場合には、計算における時間刻みを細かくしたり、数値積分のアルゴリズムを、より安定度の高い方法を採用することが必要となる。後述する数値計算例では、計算における時間刻みを変更することにより、対処している。

3. 数値計算例

3.1 例題の設定

例題として、図-1に示す水平運動と回転運動が連成する2自由度振動系を対象とする。このモデルのバネ定数と、減衰定数を未知パラメータとして同定することとした。入力波形は、EL CENTRO (1940)を使用し、RUNGE-KUTTA-GILL法により応答計算を行い、模擬観測データを作成した。物理パラメータは、文献1にて同定に失敗した値と同一とし、表-1に示す値を使用している。このシステムの2次固有周波数は減衰を無視すれば36.4Hzとなり、応答計算は時間刻み0.01秒で行っている。

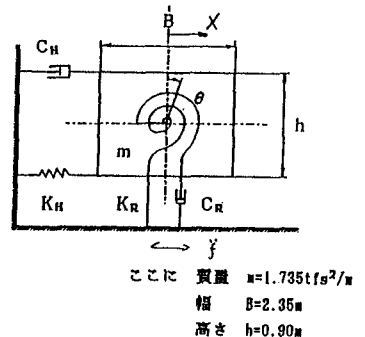


図-1 解析モデル

3.2 時間刻みの違いによる同定精度

応答波形のうちの6秒～8秒の2秒間のデータを使用して、時間刻みを変化させ同定計算を行った。この計算では、応答波形は直線補間により、所用の時間刻みが得られるよう分割している。計算ケースは、時間刻み0.001秒, 0.002秒および0.004秒の3ケースとし、その他の各計算条件は同一としている。

計算結果の代表例として、水平方向のバネ定数の収束状況を図-2に示す。なお、この図では同定結果は全て表-1の真値で正規化してある。この結果によれば、どの計算ケースにおいても安定した収束状況を示し、5回前後のグローバルな繰り返しにより最終値に収束している。また、時間刻みが細かいほど同定結果の精度が高く、真値に対して10%以内の誤差で収束している。なお、他のパラメータについても、安定した同定結果を示している。これより数値計算の時間刻みを細かくすることは、複雑な振動系に対する同定に有効な手法の1つであると考えられる。

表-1 物理パラメータ(真値)

	パラメータ真値
$C_h$ (tf·sec/m)	177.9
$K_h$ (tf/m)	32584.4
$C_r$ (tf·sec/rad)	94.9
$K_r$ (tf·m/rad)	37665.0

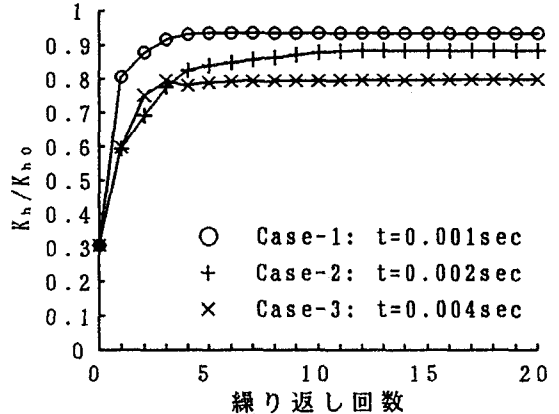


図-2 パラメータ収束状況(時間刻みによる比較)

3.3 初期値の違いによる同定精度

時間刻みを小さくした場合の、初期値が同定精度に与える影響を検討するため、応答波形の4～6秒の2秒間のデータを時間刻みが0.001秒になるよう直線補間により分割して観測データとし、同定するパラメータの最適推定値の初期値を変化させ同定を行った。初期値として、0.0 および真値に対し50, 75, 100(真値), 125, 150%の計6ケースを選択し、その他の計算条件は全て同一としている。

計算結果の一例として、回転方向のバネ定数の収束状況を図-3に示す。この図の結果も表-1の真値で正規化してある。この結果グローバルな繰り返しが5回程度までは収束過程に差が認められるが、その後は全て同一の値に収束している。なお、他のパラメータについても同様であった。この結果、時間刻みを小さくすることにより、初期値の同定精度に与える影響は軽減されるものと考えられる。

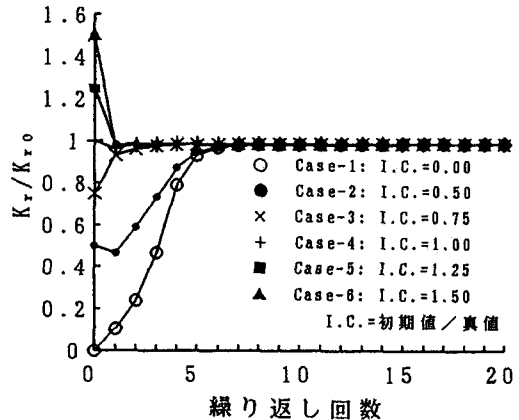


図-3 パラメータ収束状況(初期値の違いによる比較)

4. まとめ

本研究では、複雑な振動系に対するパラメータ同定の安定化を図ることを目的に、数値積分の安定性に着目して検討を行った。その結果、時間刻みを細かくすることが、有効な手法の1つであることがわかった。

なお、本研究は、星谷の指導のもと小淵が行ったものであり、(株)篠塚研究所田中氏の協力を得ている。(参考文献)

1. 星谷他; 連成系振動問題に対するパラメータ同定の基礎検討, 第21回地震工学研究発表会講演概要, (1991)
2. 星谷, 齊藤; 建設技術者のためのデータ解析と応用, 鹿島出版会, (1991)
3. 片山; 応用カルマンフィルタ, 朝倉書店, (1983)
4. 日本機械学会編; 振動工学におけるコンピュータアナリシス, コロナ社, (1987)