

中国テクシス(株) 正会員 馬田 靖久  
鳥取大学工学部 正会員 野田 茂

### 1. まえがき

地盤、基礎と上部構造物からなる動的相互作用系は、強震時において複雑な挙動を示すとともに、非線形特性を有する。これらの動特性を解明することは耐震安全性を評価する上で重要である。しかしながら、動特性を決定する種々のパラメーターは、未知なことが多い。そこで、本研究では、観測波(地震動と絶対加速度応答)から、動的相互作用系のパラメーターを効率的に同定するために、重み付きグローバルな繰り返しを伴う改良拡張カルマンフィルター(MEKFWGI)法を提案する。

### 2. 動的相互作用系の状態方程式と観測方程式

地盤と基礎は、竹富のモデル<sup>1)</sup>に非線形性を導入し、水平とロッキングの連成振動系を考えて、周波数に独立なモデル化する。水平動は1階系、ロッキングは3階系の微分方程式で表せる。上部構造物は、既往の研究で一般的に用いられているせん断型振動でモデル化する。

図1には動的相互作用系のモデルを示す。ここで、 $m_0$ と $m_i$ は基礎と各質点 $i$ の質量、 $x_0$ と $x_i$ は基礎と各層の相対変位、 $h_i$ は基礎に対する各層の高さ、 $\theta$ は基礎のロッキングの角度、 $\ddot{z}_g$ は入力加速度である。 $M(t)$ と $H(t)$ は、基礎における回転モーメントとせん断力であり、地盤と基礎の運動方程式から得られる。

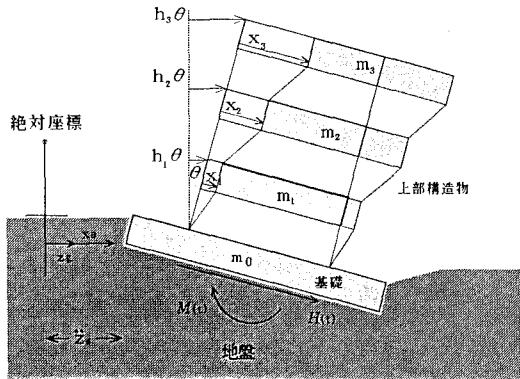


図1 動的相互作用系モデル

地盤-基礎と上部構造物の全体系の運動方程式は、サブストラクチャー法によって、下部と上部の運動方程式から導くことができる。ただし、上下部の復元力の非線形挙動は、BoucとWenによる万能型復元力モデル(非劣化型)を用いて、モデル化する。

全体系の運動方程式は、変位 $X(\{x_i\}, x_0, \theta)$ 、速度 $\dot{X}$ 、履歴成分 $Z(\{z_i\}, z_x, z_\theta)$ 、基礎のモーメントを表すのに必要なダミーの回転角 $\theta_1$ および各種パラメーター $\{\nu\}$ を状態変数 $\bar{X}$ とすれば、次のように状態方程式で表せる。ただし、パラメーターには、上下部の構造系の動特性(例えば、減衰、剛性や履歴を制御する項など)を含める。

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} X \\ \dot{X} \\ \theta_1 \\ \{z_i\} \\ z_x \\ z_\theta \\ \{\nu\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{X} \\ -M^{-1}C\dot{X} - M^{-1}K_1X - M^{-1}K_2Z - M^{-1}K_3\theta_1 - M^{-1}M_0\ddot{z}_g \\ (k_{r2}/c_{r2})(\theta - \theta_1) \\ \{g_i\} \\ g_x \\ g_\theta \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= A_i\dot{u}_i - \beta_i|\dot{u}_i||z_i|^{n_i-1}z_i - \gamma_i\dot{u}_i|z_i|^{n_i} \\ \dot{z}_x &= A_x\dot{x}_0 - \beta_x|\dot{x}_0||z_x|^{n_x-1}z_x - \gamma_x\dot{x}_0|z_x|^{n_x} \\ \dot{z}_\theta &= A_\theta\dot{\theta} - \beta_\theta|\dot{\theta}||z_\theta|^{n_\theta-1}z_\theta - \gamma_\theta\dot{\theta}|z_\theta|^{n_\theta} \\ u_i &= x_i - x_{i-1} \quad (x_0 = 0) \end{aligned} \quad (2)$$

本研究では、観測量として、入力地震動および任意階 $i$ と基礎の絶対加速度応答を選ぶ。その結果、観測方程式は、式(6)のように、状態量 $\bar{X}$ からなる非線形方程式によって表せる。なお、 $V$ は観測ホワイトノイズである。

$$Y = Fh(\bar{X}) + V \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし、 } Y &= \begin{Bmatrix} \{y_i\} \\ \dot{x}_0 + \ddot{z}_g \end{Bmatrix} \\ F &= \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 1 \end{Bmatrix} \\ h(\bar{X}) &= \begin{Bmatrix} -M'^{-1}C'\{\dot{x}_i\} - M'^{-1}K'_1\{x_i\} - M'^{-1}K'_2\{z_i\} \\ \frac{1}{m_0}\{1\}^T(C'\{\dot{x}_i\} + K'_1\{x_i\} + K'_2\{z_i\}) - \frac{1}{m_0}(c_x\dot{x}_0 + \alpha_x k_x x_0 + (1 - \alpha_x)k_x z_x) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

$$V = \left\{ \begin{array}{l} \{v_i\} \\ v_0 \end{array} \right\} \quad (5)$$

### 3. MEKF-WGI法

重み付きグローバルな繰り返しを伴う改良拡張カルマンフィルター（MEKF-WGI）法は、2つの方法を組み合わせて、解の安定を図るために考案したものである。拡張カルマンフィルターでは、非線形方程式（状態方程式と観測方程式）の1次近似に伴う誤差の増加によって、推定値が劣化する。そこで、1つには、並列分散処理（MEKF）法<sup>2)</sup>を採用することで、推定精度（推定誤差共分散の低減）を高める。他は、これに、星谷らが提案したWGI法を併用することで、効率化を図る。

本方法は、以下に示すように、3つのアルゴリズムから構成する。図2は本アルゴリズムのフローを示したものである。

#### (1) アルゴリズム1

応答量 $\hat{Y}_{0|0} = \tilde{Y}_{0|0}$ と各種パラメーターの初期推定値 $\tilde{\theta}_{0|0}$ およびそれらの初期推定誤差共分散 $P_{0|0}$ を用いて、次のステップの応答量とパラメーターを推定する。

さらに、kステップにおいてアルゴリズム2で求めた応答量の推定値 $\hat{Y}_{k|k}$ と推定誤差共分散およびアルゴリズム1による推定パラメーターとその推定誤差共分散から、(k+1)ステップでの応答量 $\hat{Y}_{k+1|k+1}$ とパラメーター $\tilde{\theta}_{k+1|k+1}$ を推定する。本アルゴリズムは、基本的に、非線形系を等価線形化する拡張カルマンフィルターのアルゴリズムに準じている。

#### (2) アルゴリズム2

(k+1)ステップにおいては、kステップにアルゴリズム1で同定されたパラメーター $\tilde{\theta}_{k|k}$ を真値とみなしそれぞれのアルゴリズム2におけるアルゴリズム2の応答量の推定値 $\hat{Y}_{k|k}$ とその推定誤差共分散から、応答量 $\hat{Y}_{k+1|k+1}$ のみを推定する。すなわち、アルゴリズム2では、線形の状態方程式と観測方程式に対して、カルマンフィルターを適用していることになる。

#### (3) WGI法

アルゴリズム1またはアルゴリズム2の解が安定しないとき、解の安定性や収束性を保証するために、同定した推定誤差共分散 $P_{s|s}$ に重み $W$ を乗じる。次回のグローバルな繰り返し時の初期推定誤差共分散はその結果を採用する。推定誤差共分散に重みを乗じるのは、星谷らと同じ理由で、グローバルな繰り返しにおいて収束速度を早めたり、安定した同定結果を得るためにある。

#### 4. あとがき

- 1) 本研究で提案したMEKF-WGI法は、推定精度を高めるために、2つのアルゴリズムの並列分散処理と、星谷らの重み付きグローバルな繰り返しを適用したものである。これにより、状態量の推定誤差共分散を低減させ、収束速度を早めることができる。
- 2) 既往の同定手法では、動的相互作用系の動特性を推定することが困難であった。しかしながら、本方法では、推定誤差共分散の低減を図る工夫をしているので、等価線形化時の誤差やパラメーターの分散の影響などを除去できる。

#### 参考文献

- 1) Takemoto,H. : Simplified model for building-foundation interaction, A.S.C.E., Vol.103, No.EM2, pp.345 ~ 351, April 1977.
- 2) Chui,C.K., Chen,G. and Chui,H.C. : Modified extended Kalman filtering and a real-time parallel algorithm for system parameter identification, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.35, No.1, pp.100 ~ 104, January 1990.

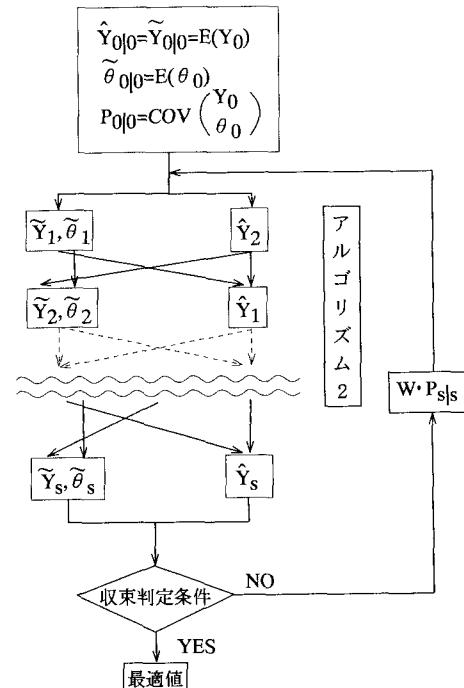


図2 MEKF-WGI法のアルゴリズム