

I-523 疲労荷重による累積損傷を受ける構造体の信頼性理論

武蔵工業大学学生 学生員 山内洋志
 武蔵工業大学大学院 学生員 大井祥之
 武蔵工業大学工学部 正会員 吉川弘道

1. はじめに

疲労特性を表すS~N線図の応力パラメーターSと疲労強度(破壊回数)Nの両者の関係は、確定論的に記述されるのが一般的である。ところが、これまでの多くの実験によれば、疲労強度Nは大きくばらつきオーダーが異なることも希ではない[1]。一方、作用荷重についても橋梁上を通過する活荷重や波浪などの場合、大小様々に変動することがよく知られている。

そこで、本研究はこれらの両者がある確率密度関数によって表される確率変数と考え、構造物の使用後t年間における破壊確率を考察するものである。なお、破壊確率の算定に際してはモンテカルロシミュレーションを用い、変動応力場での取扱いについては線形被害則を準用する。

2. 疲労損傷によるマイナー数の求解

構造物に作用する応力負荷Sは、頻度関数 $f_s(S)$ によって表され、実用上の上下限値を S_{max} , S_{min} とする。そして、 $f_s(S)$ は、例えば、指数分布に従うと仮定すると、次式で表される。

$$f_s(S) = C e^{-CS} \quad (\text{ただし、} C \text{は正のパラメーター}) \quad \text{----- (1)}$$

また、疲労寿命Nは次のようなS~N線図として表すことが多い。

$$S = \gamma_1 - \gamma_2 \cdot \log N \quad \text{----- (2)}$$

ここで、 γ_1, γ_2 は定数であり、S~N線図の切片と勾配をとる。そして、ある微小応力負荷区間 $S \sim S + \Delta S$ 間の作用回数 $n(S)$ は、t年次までの総作用回数 G^* を用いて、次のように表される(図-1(a))。

$$n^*(S) = G^* f_s(S) \Delta S \quad \text{----- (3)}$$

この負荷レベルSに相当する破壊回数は、 $N^*(S)$ のように記述する(*は、その変数が確率量を表すものである)。よって、 $n(S)$ 回の疲労荷重によって増加する損傷量は、次のようにマイナー数の増分 ΔM によって表すことができる。

$$\Delta M^*(S) = n^*(S) / N^*(S) \\ = G^* f_s(S) \Delta S / N^*(S) \quad \text{---- (4)}$$

ここで、負荷応力を最小値から最大値($S = S_{min} \sim S_{max}$)まで積分すると、次式を得る。

$$M^* = \int_{S_{min}}^{S_{max}} dM^*(S) \\ = \int_{S_{min}}^{S_{max}} G^* f_s(S) dS / N^*(s) \quad \text{----- (5)}$$

一方、式(5)を確定論的に考え、このときのマイナー数を M_0 とすれば、これは以下の積分を実行すればよい。

$$M_0 = G_0 \cdot \int_{S_{min}}^{S_{max}} \frac{C \cdot e^{-C(S-S_{min})}}{10^{(\gamma_1-S)/\gamma_2}} ds \quad \text{----- (6)}$$

3. モンテカルロシミュレーションによる破壊確率の評価

モンテカルロシミュレーションとは、乱数を用いて数多くの試行を繰り返すことによって破壊確率を求める数値実験法の一つである。マイナー数の算定に際しては、式(5)の積分範囲 $S_{min} \sim S_{max}$ をk等分して、数値積分を実行する。すなわち、

$$M^* = \sum_{i=1}^k n^*(S_i) \Delta S / N^*(S_i) \quad \text{----- (7)}$$

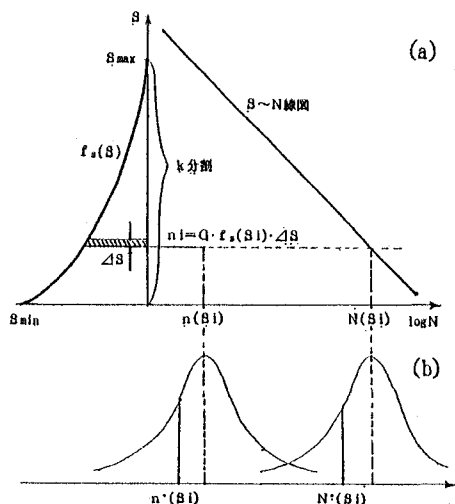


図-1 頻度関数に対する $n(S_i)$ および $N(S_i)$ の分布形状

ただし、 $\Delta S = |S_{max} - S_{min}| / k$ 、 $n^*(Si) = G \cdot f_s(Si)$ とする。ここで、注意することは、作用応力 Si における n^* が正規分布、 N^* が対数正規分布($\log N^*$ が正規分布)に従う確率変数であることである(図-1(b))。そこで、パソコン上で生成した一様乱数から、中心極限定理を使用して正規乱数に変換し、破壊するか否かのシミュレーションを実行する。そのとき、性能関数 $Z = M - 1$ が負のときを非破壊とし、正またはゼロのときを破壊とする。最終的に、破壊確率 P_f と生存確率 P_s は、次式により算出できる。ここで、 k_0 は $Z \geq 0$ になる回数で、 L_{max} は総試行回数とする。

$$P_f = k_0 / L_{max} \quad (8) \quad , \quad P_s = 1 - k_0 / L_{max} \quad (9)$$

4. 破壊確率の算定結果と考察

以上の定式化に基づき、 V_n (n^* の変動係数)、 V_N ($\log N^*$ の変動係数)をそれぞれ変化させ、 $L_{max} = 10^4$ 回の試行により合計75ケースのシミュレーションを実施した。なお、式(1)のパラメーター C は、荷重の大きさとその頻度が疲労寿命におよぼす影響を検討するため3水準($C=1/1.98, 4/10, 3/10$)採用し、また、分割数 k は10とした。

図-2は、 $C=3/10$ 、 $V_n=5\%$ 、 $V_N=20\%$ の場合のマイナー数 M_0 (対数目盛)と生存確率 P_s (正規確率変量)との関係を示したものである。図中に示した直線の回帰式は、 $t = 0.0567 - 1.501 \cdot \log M_0$ となった。ここで、 t は正規分布曲線の対象軸からの距離で、 $t=0$ ($P_s=50\%$)を代入して求めたマイナー数 M_0 の平均値は0.896で、標準偏差($\sigma_{1.0 \times M_0}$)は0.6811となった。

以上のことより、作用回数 G を増加させると、マイナー数 M_0 も増加し(両者は、式(6)に示されるように線形関係にある)、それに伴い生存確率 P_s は減少(P_f は増加)する。また、疲労寿命 N^* が対数正規分布するとき、 M^* も対数正規分布し、その平均値はほぼ1前後となる。これは、マイナー則が成立するための必要条件である。

図-3は、 $C=3/10$ のときの変動係数 V_n 、 V_N の変化に対する $\sigma_{1.0 \times M_0}$ ($\log M_0$ の標準偏差)への影響を3次元的に表したものである。同図より、 V_n 、 V_N ともに増加に伴い、 $\sigma_{1.0 \times M_0}$ はほぼ単調に増加するが、 V_n による影響は、 V_N のそれに比べてごく小さく、また、 V_N の増加に伴い徐々に影響しなくなることがわかる。ここで、 $\sigma_{1.0 \times M_0}$ が増加することは、図-2における回帰直線の勾配が緩やかになることを示している。

なお、本シミュレーションの前提として既往の論文[1]を参照したが、そのランダム荷重疲労試験結果での $\sigma_{1.0 \times M_0}$ は0.6862であった。本シミュレーションにおいて、同値となるときの V_N は約19% ($V_n=0\%$ の場合)となるが、その定量的な妥当性については、さらに検討が必要である。

<参考文献>

[1] 阪田憲次; 矢村潔; 西林新蔵;

ランダム荷重を受けるコンクリートの疲労特性に関する研究
(第7回コンクリ工学年次講演会論文集、1985、JCI)

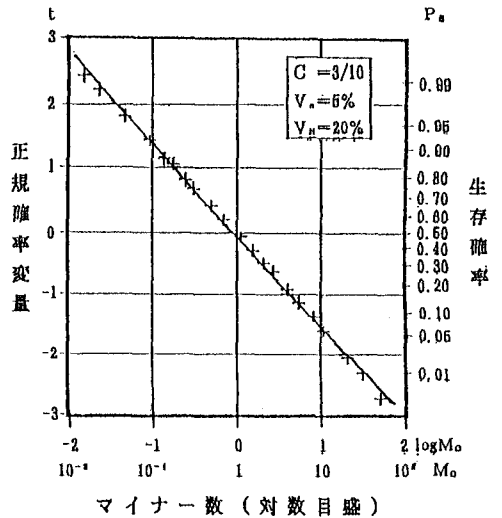


図-2 Ps ~ Mo 関係

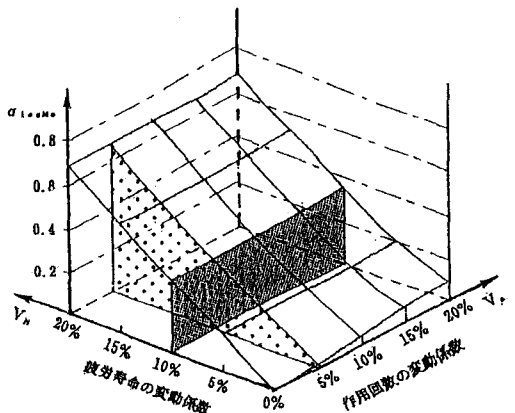


図-3 Vn ~ VN ~ sigma_1.0 x Mo 関係