

I-518 共振3波加振の作用を受ける構造物の最適設計

国士舘大学 工学部 正員 菊田征男
 東京電機大学 理工学部 正員 松井邦人
 東洋大学 工学部 正員 新延泰生

1. はじめに

変電施設の耐震設計では、地表面に大きさが0.3Gで変電機器の1次モードの振動数を有する正弦波を3周期連続作用させ、その応答が許容値を満足していることで安全性の確認を行っている。変電機器の特殊性からこのような設計法が採用されていると思われる。本研究では、この考え方を、変電機器とは異なるがトップヘビーな構造物の耐震設計に適用することを試みている。ここでは、このために必要な最適化アルゴリズムを誘導し、その有効性を検証している。

2. 問題の定義

構造物が静的外力およびその1次モードの振動数を有する正弦波を3周期受け、その後は自由振動をする構造物の応答は、両作用の応答を合成したものである。

$$K(\mathbf{b}) \mathbf{z}_s = \mathbf{F} \quad (1)$$

$$M(\mathbf{b}) \ddot{\mathbf{z}}_D + C(\mathbf{b}) \dot{\mathbf{z}}_D + K(\mathbf{b}) \mathbf{z}_D = -\mathbf{Q}(\mathbf{b}) \sin \omega_{D1} t \quad (0 \leq t \leq T_3) \quad (2)$$

$$\mathbf{z}_D(0) = 0, \quad \dot{\mathbf{z}}_D(0) = 0 \quad (3)$$

$$M(\mathbf{b}) \ddot{\mathbf{z}}_D + C(\mathbf{b}) \dot{\mathbf{z}}_D + K(\mathbf{b}) \mathbf{z}_D = 0 \quad (T_3 \leq t) \quad (4)$$

$$\mathbf{z}_D(T_3) = \mathbf{z}_{D T_3}, \quad \dot{\mathbf{z}}_D(T_3) = \dot{\mathbf{z}}_{D T_3} \quad (5)$$

式(1)は剛性方程式、式(2)～式(5)は基盤振動を受ける場合の構造物の運動方程式である。ここに、 $M(\mathbf{b})$ 、 $C(\mathbf{b})$ および $K(\mathbf{b})$ は、それぞれ $n \times n$ の質量マトリックス、減衰マトリックスおよび剛性マトリックスである。列ベクトル \mathbf{F} および $\mathbf{Q}(\mathbf{b})$ 、はそれぞれ $n \times 1$ の静的外力ベクトルおよび基盤加振の作用を受ける質量ベクトルであり、 \mathbf{b} は $m \times 1$ の設計変数ベクトルである。 \mathbf{z}_s は静的変位、 \mathbf{z}_D 、 $\dot{\mathbf{z}}_D$ および $\ddot{\mathbf{z}}_D$ は、それぞれ構造物の動的変位、速度および加速度を表わし、 T_3 は3周期後の時間であり、 $\mathbf{z}_{D T_3}$ および $\dot{\mathbf{z}}_{D T_3}$ は3周期後の動的変位および速度である。また ω_{D1} は減衰を考慮した1次の固有円振動数である。

静的外力および基盤加振による合成変位は次式で表される。

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{z}_s + \mathbf{z}_D(t) \quad (6)$$

感度解析も同様にして、静的な外力を受ける部分と動的な外力を受ける部分とに分けられる。

$$\delta \mathbf{z}_s = -\mathbf{K}^{-1} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{b}} \mathbf{z}_s \delta \mathbf{b} \quad (7)$$

$$M \delta \ddot{\mathbf{z}}_D + C \delta \dot{\mathbf{z}}_D + K \delta \mathbf{z}_D = \mathbf{H}(\mathbf{b}, \omega_{D1}, t) \delta \mathbf{b} \quad (0 \leq t \leq T_3) \quad (8)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{b}, \omega_{D1}, t) = -\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{b}} \sin \omega_{D1} t - \mathbf{Q} \cos \omega_{D1} t \frac{\partial \omega_{D1}}{\partial \mathbf{b}} - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{b}} \mathbf{z}_D \quad (9)$$

$$\delta \mathbf{z}(0) = 0, \quad \delta \dot{\mathbf{z}}(0) = 0 \quad (10)$$

$$M \delta \ddot{\mathbf{z}}_D + C \delta \dot{\mathbf{z}}_D + K \delta \mathbf{z}_D = -\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{b}} \mathbf{z}_D \quad (T_3 \leq t) \quad (11)$$

$$\delta \mathbf{z}_D(T_3) = \delta \mathbf{z}_{D T_3}, \quad \delta \dot{\mathbf{z}}_D(T_3) = \delta \dot{\mathbf{z}}_{D T_3} \quad (12)$$

式(9)および式(11)において、 $(\partial M / \partial \mathbf{b}) \ddot{\mathbf{z}}$ および $(\partial C / \partial \mathbf{b}) \dot{\mathbf{z}}$ の項の有無は、感度解析の精度上ほとんど影響ないので無視している。なお、動的解析および感度解析においては、モーダル解析を用いている。合成変位の感度は次式で与えられる。

$$\delta z(t) = \delta z_s + \delta z_b(t) \quad (13)$$

目的関数は構造物の質量であり、制約条件は座屈を含む応力制約、変位制約および部材の断面積の上限・下限の制約である。

$$\text{目的関数} \quad \phi_0(b) \rightarrow \text{最小化} \quad (14)$$

$$\text{制約条件} \quad \phi_i(b, z, t) \leq 0 \quad (i = 1, \dots, l_1) \quad (15)$$

$$\phi_i(b) \leq 0 \quad (i = l_1 + 1, \dots, l_2) \quad (16)$$

3. 計算例

共振正弦3波加振を受ける構造物の最適化の理論の有効性を検証するために、Fig. 1 に示す10部材トラスの最小質量設計を行った。これは最上部に給水槽などの重量物を積載した構造物を対象としたものである。

a) 材料定数 トラス構造物の構成材料は鋼材で、そのヤング係数は、 $E=2.06 \text{ GPa}$ 密度は $\rho=7.85 \text{ t/m}^3$ である。減衰定数 h は各モードで一定で、 $h=0.05$ である。

b) 設計変数 設計変数 b_i は各部材の断面積であり、構造物の対称性、材料の規格化および設計変数の減少を考慮して、水平部材⑤および⑥を除いて各対称2部材を1グループとし、6グループに分けた。なお、断面積の下限および上限は各グループともそれぞれ 0.10 cm^2 および 1000.00 cm^2 とした。

c) 制約条件 制約条件としては、前述の部材断面寸法の制限以外に、座屈応力も含めた応力制約だけの場合と、応力制約および変位制約を同時に満足する場合とを考えている。許容圧縮応力度および許容引張応力度はともに 137.3 MPa であり、許容座屈応力度はオイラーの座屈応力度を安全率1.70 で除した値を用いている。このときオイラーの座屈応力を求める場合の断面2次モーメント I_i は、設計変数である部材断面積 b_i の関数として $I_i = \alpha b_i^2$ ($i=1, \dots, 6$) とおいたが、簡単のために $\alpha=1.00$ としている。許容変位は、応力制約の場合の最大変位の80%である。

d) 荷重条件 Fig. 2 に示すように、節点1および2に死荷重として 58.84 kN を載せている。これに相当する質量は 6.118 kg である。さらに、基盤加振として水平方向に $300 \sin \omega_{D1} t \text{ gal}$ の力を作用させた。応答計算の時間間隔は 0.001 秒であり、応答全体の計算時間は4.5周期分である。

e) 計算結果 Table 1 に、計算結果得られた最適解を示す。

参考文献：菊田、松井、新延：共振3波を受ける構造物の最適設計、第2回システム最適化に関するシンポジウム講演論文集、土木学会、pp.211-216、1991

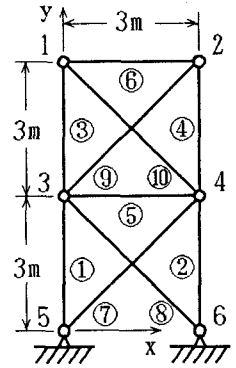


Fig.1 Ten Member Truss

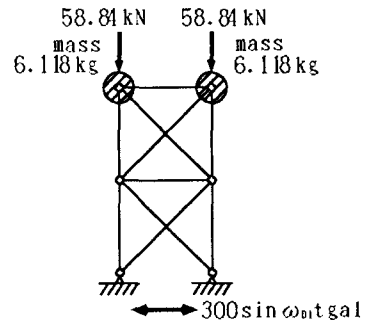


Fig.2 Base Excitation

Table 1 Ten Member Truss

Group	Stress and buckling		Stress, buckling and displacement	
	Area(cm ²)	Member	Area(cm ²)	Member
1	29.29	1 ^{*c} 2	36.47	1 2
2	13.80	3 ^{*c} 4	13.59	3 4
3	0.10 ^{**}	5	0.10 ^{**}	5
4	0.10 ^{**}	6	3.63	6
5	15.01	7 ^{*b} 8	19.78	7 8
6	14.99	9 ^{*b} 10	19.12	9 10
Optimum mass	403.25 kg		503.65 kg	
Displacement(max)	1.25 cm (u ₁)		1.00 ^{*d} cm (u ₁)	
Undamped natural frequency (1st)	5.99 Hz		6.62 Hz	

Remarks: *b indicates buckling stress (Euler buckling stress) is tight. *c indicates compressive stress (137.3 MPa) is tight. *d indicates allowable displacement is tight. u₁ indicates nodal displacement in x-direction at node 1. ** indicates lower bound on cross sectional area is tight.