I－517

アクティブ制御系を有する構造物の最適設計

東京電機大学　大学院　学生員○　大久保　昌知
国士舘大学　工学部　正員　菊田　征勇
東京電機大学　理工学部　正員　松井　邦人

1. はじめに

構造物の耐震性を確保する考え方として、構造物の塑性変形を考慮した設計に基づくものと、近年とみに注目を浴びている振動制御機構を取り込んだ設計とがある。本研究は、後者に属するもので、アクティブな制御機構を有する構造物を最適設計するものである。アクティブ制御には、Yang等のアルゴリズムを用いている。また、最適化のアルゴリズムには、勾配射影法を用いている。

2. 問題の定義

地震力と制御力が同時に作用するような構造物の運動方程式は一般に次式のように書ける。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{z}}(t)+\mathbf{C}\dot{\mathbf{z}}(t)+\mathbf{K}\mathbf{z}=\mathbf{Q}(t)+\Gamma\mathbf{q}(t) \tag{1}$$

M、C、K はそれぞれ N × N の質量、減衰、剛性マトリックス $\ddot{\mathbf{z}}$、$\dot{\mathbf{z}}$、z は、N × 1 の応答加速度、応答速度、応答変位ベクトル、Q(t) は構造物に外から作用する力である。また、q(t) は制御力で、Γ はその作用位置を示すマトリックスである。Q(t)、Γ q(t) による応答を y(t)、u(t) とすると

$$\mathbf{z}(t)=\mathbf{y}(t)+\mathbf{u}(t) \tag{2}$$

Newmark β 法 (β=1/6) を用いて動的解析を行うものとすると

$$\mathbf{y}(k+1)=\frac{(\Delta t)^2}{6}\mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{Q}(k+1)+\frac{(\Delta t)^2}{3}\mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{M}+\frac{\Delta t}{4}\mathbf{C})\ddot{\mathbf{y}}(k)+(\Delta t)\mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{M}+\frac{\Delta t}{3}\mathbf{C})\dot{\mathbf{y}}(k)+\mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{M}+\frac{\Delta t}{2}\mathbf{C})\mathbf{y}(k) \tag{3}$$

$$\mathbf{u}(k+1)=\frac{(\Delta t)^2}{6}\mathbf{A}_1^{-1}\Gamma\mathbf{q}(k+1)+\frac{(\Delta t)^2}{3}\mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{M}+\frac{\Delta t}{4}\mathbf{C})\ddot{\mathbf{u}}(k)+(\Delta t)\mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{M}+\frac{\Delta t}{3}\mathbf{C})\dot{\mathbf{u}}(k)+\mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{M}+\frac{\Delta t}{2}\mathbf{C})\mathbf{u}(k) \tag{4}$$

但し、

$$\mathbf{A}_1=\mathbf{M}+\frac{\Delta t}{2}\mathbf{C}+\frac{(\Delta t)^2}{6}\mathbf{K}$$

y(k+1)、u(k+1) はそれぞれ $t=t_{k+1}$ における Q(t) Γq(t) による応答である。今、制御のための評価関数を

$$J(k+1)=\frac{1}{2}\mathbf{z}^T(k+1)\mathbf{W}\mathbf{z}(k+1)+\frac{1}{2}\mathbf{q}^T(k+1)\mathbf{R}\mathbf{q}(k+1) \tag{5}$$

制御力は次式を解いて求めることができる。

$$(\frac{(\Delta t)^4}{36}\Gamma^T\mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{W}\mathbf{A}_1^{-1}\Gamma+\mathbf{R})\mathbf{q}(k+1)=-\frac{(\Delta t)^2}{6}\Gamma^T\mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{W}\{\mathbf{y}(k+1)+\frac{(\Delta t)^2}{3}\mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{M}+\frac{\Delta t}{4}\mathbf{C})\ddot{\mathbf{u}}(k)+\Delta t\mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{M}+\frac{\Delta t}{3}\mathbf{C})\dot{\mathbf{u}}(k)+\mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{M}+\frac{\Delta t}{2}\mathbf{C})\mathbf{u}(k)\} \tag{6}$$

q(k+1) が決まると式 (4) より u(k+1)、更に式 (2) より z(k+1) が計算できる。

最適化指標として目的関数を構造重量とすると

$$f_s=\sum_{i=1}^{M}c_iA_i \tag{7}$$

A_iは i 番目の部材の断面積で、c_iは i 番目の部材の単位面積当りの重さである。制約条件として最大変位に制約を受けると

$$max\mid\mathbf{z}_i(t)\mid\leq\mathbf{z}_{ui} \tag{8}$$

また制御力の最大出力に制限があると

$$max\mid\mathbf{q}_j(t)\mid\leq\mathbf{q}_{uj} \tag{9}$$

以上より、制御系を有する構造物の最適設計は、アクティブ制御アルゴリズムで制御力と応答変位を計算し、最大制御力、最大変位が制約条件を満足し、かつ目的関数を最小とするように断面積を決定する問題である。最適化問題を解くに当り、勾配射影法を用いることにする。式 (7) より

$$\delta f_s=\sum\frac{\partial f_s}{\partial A_i}\delta A_i \tag{10}$$

式 (8) の変位制約条件より

$$\sum_{i=1}^{M}\frac{\partial\mathbf{z}_i}{\partial A_i}-\delta A_i-\Delta\phi\leq 0 \tag{11}$$

ただし、

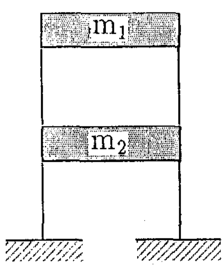
$$\Delta\phi = z_{ui} - max \mid z_i(t) \mid \tag{12}$$

また制御力に対する制約は制御アルゴリズムの中で扱うものとする。従って本手法のアルゴリズムは以下の手順となる。

step1. 断面 A_i の初期値を仮定
step2. アクティブ制御問題を解き z_i と q_i を求める
step3. 変位制約条件をチェックし、最適化の探索を行う
step4. 断面 A_i の補正量 δA_i を計算する
step5. $\sum \delta A_i^2$ が十分に小さければ計算を打ち切る。
　そうでなければ、$A_i + \delta A_i \rightarrow A_i$ としてstep2に戻る

3. 例題とその結果の考察

問題を簡単にするため、図-1 のような２質点系モデルを考えることにする。制御アルゴリズムの効果を調べるため、El Centro 波が作用したときの制御時と非制御時の応答を図-2 に示す。また、動的最適化問題のアルゴリズムの有効性を調べるために、$k_i = 24EI_i/l_i^3$, $(I_i = A_i^2), (i = 1,2)$ として、El Centro 波が作用したとき、柱の質量を最小とするような断面を求めることにする。図-3 は、断面積の収束過程を示している。このように制御アルゴリズムも動的最適アルゴリズムの有効性も検討できた。しかし、制御力が作用するときの動的最適設計を試みたが、最適解を求めることはできなかった。そこで、非制御時と制御時の設計空間を調べた。図-4 のとうりである。非制御時には、設計空間が連続した形で存在している。しかし制御力の作用下では、連続した設計空間はなく、このような動的最適アルゴリズムを用いて最適断面の選定をすることは不可能と思われる。



$m_1 = 50/9.8$ tf·sec²/m
$m_2 = 50/9.8$ tf·sec²/m
$c_1 = 10$ tf·sec/m
$c_1 = 10$ tf·sec/m
$k_1 = 3000$ tf/m
$\ddot{k}_1 = 3000$ tf/m

図-1　２質点系モデル

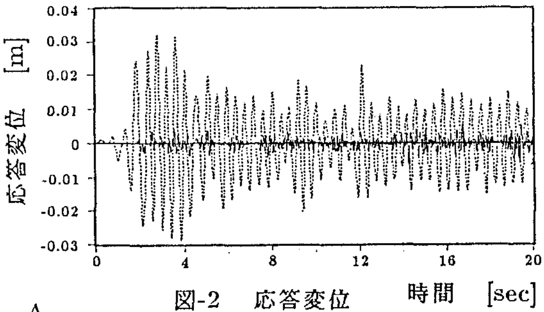


図-2　応答変位

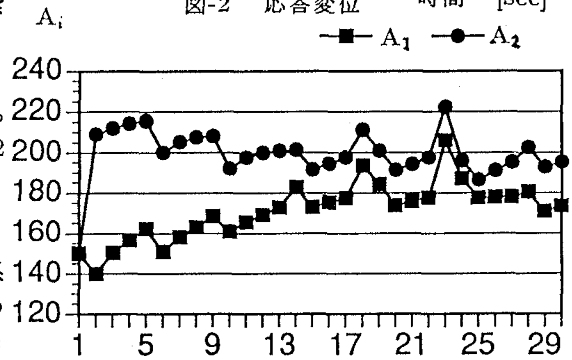


図-3　収束過程

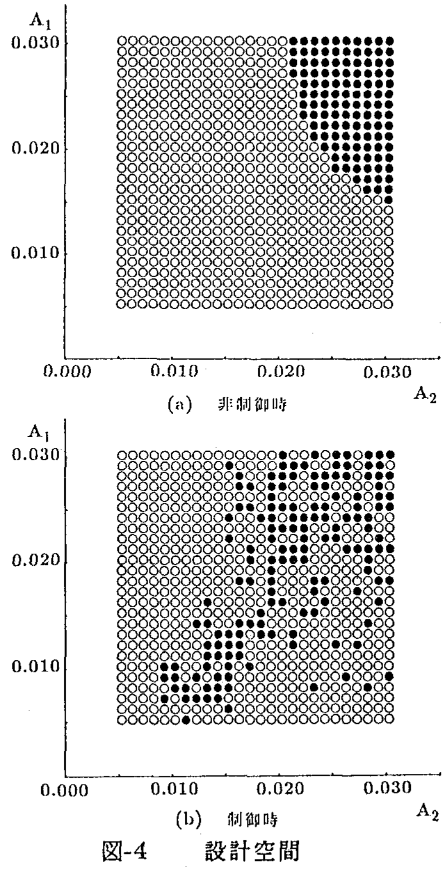


図-4　設計空間