

I-513

多目的最適構造設計における離散化に関する基礎的考察

九州共立大学工学部 正員○三原徹治
アルファコンサルタント㈱ 正員千々岩浩巳

1. 緒言

最適構造設計法を実構造設計で活用する際の課題のひとつとして離散化、すなわち既製形鋼などを用いる設計のように設計変数を離散変数として取扱う必要がある場合への適用があり、最小重量設計法や全応力設計法の離散最適解については種々報告されている¹⁾。しかしながら、近年注目されつつある多目的構造設計に関するものはほとんど見あたらない。

本研究は、多目的構造設計の離散化における最適性と解特性を基礎的に検討することを目的とする。このため、対象とする設計法は取扱い容易で、離散最適解の探索は実績のある手法であることが望ましい。よって、満足化トレードオフ法におけるスカラ化手法により単一目的線形計画問題(LP)に変換される連続的2目的最適塑性設計²⁾を対象設計法とし、分枝限定法³⁾に基づく離散最適解探索手法を開発する。このとき、離散解の最適性を判定する評価関数を「満足度」を用いて定義する。最後に、簡単な数値計算例により解特性分析を試みる。

2. 満足化トレードオフ法におけるスカラ化手法を用いた2目的最適塑性設計基本式

本研究で対象とする設計問題を式(1)に示す。式(1)は、安全性と経済性を同時に目的とする2目的最適塑性設計基本式に満足化トレードオフ法におけるスカラ化手法を適用したLP問題であり、取扱い容易で解の保証性も高い。ここに、 X : 設計変数ベクトル, Q : 内力ベクトル, W : 構造重量関数($=\mathbf{a}^T X$, \mathbf{a} : 重量換算ベクトル), α : 崩壊荷重係数, F : 基準となる外力ベクトル, N : 降伏面における単位法線マトリックス, R : 塑性容量の1次微係数マトリックス($R^T X$: 塑性容量ベクトル), C : 適合マトリックス, Z_W , Z_α : それぞれ構造重量および崩壊荷重係数に関する満足度, 上付添字U, L, Tはそれぞれ上限値, 下限値, 転置を、下付添字A, Sはそれぞれ希求水準および理想点を示す。

既知数: $\mathbf{a}, C, F, N, R, WS, WA, \alpha_S, \alpha_A$
未知数: Q, X, W, α, Z
目的関数: $Z = \max(Z_W, Z_\alpha) \rightarrow \min.$ ----- (1a)
制約条件: $C^T Q - \alpha F = 0$ ----- (1b)
$N^T Q - R^T X \leq 0$ ----- (1c)
$\mathbf{a}^T X - (WA - WS) Z \leq WS$ ----- (1d)
$\alpha - (\alpha_A - \alpha_S) Z \geq \alpha_S$ ----- (1e)
$X^L \leq X \leq X^U$ ----- (1f, g)
ただし、 $Z_W = (W - WS) / (WA - WS)$
$Z_\alpha = (\alpha - \alpha_S) / (\alpha_A - \alpha_S)$
$n = (Z_W - Z_{W_i})^2 + (Z_\alpha - Z_{\alpha_i})^2$ ----- (2)

3. 分枝限定法に基づく離散最適解探索手法

(1) 最適性判定のための評価関数

単一目的問題の最小重量設計では制約条件を満足し構造重量を最小にする離散解、見方を変えれば連続変数による最適解(連続最適解)に最も近い離散解が最適と判断される。多目的最適構造設計問題においてもこの解釈は妥当と考えられるので、式(1)に示す設計問題の離散最適性評価関数を以下のように設定する。

設計変数の上下限値制約がinactiveとなるように式(1f, g)の X^L (X^U)に十分小さな(大きな)値を設け、任意の理想点および希求水準値を与えて式(1)を解くと、経済性および安全性の満足度を均一化するような連続最適解が得られる。一方、ある離散解は与えた理想点および希求水準値に対してある満足度を有する。よって、離散解の満足度と連続最適解との差がより小さければより良い解と判断でき、離散解の最適性を判定するための評価関数は式(2)のように表される。ここに、添字I, iはそれぞれ連続最適解および各離散解を示す。

(2) 分枝限定法に基づく離散化アルゴリズム

分枝限定法は、与えられた離散値データを用いて連続最適化における設計変数の上下限値制約の設定を変えることにより設計値の離散化を図るとともに、得られた評価関数值により解の改良の可能性を判断しながら分枝を繰り返し、結果的に離散最適解を得る手法である。2目的最適塑性設計への適用は、式(1)を基礎式と

し、式(2)を評価関数に選ぶことにより図-1に示すような解法アルゴリズムとして得られる。なお、評価関数の初期値 n^* の算出は、計算の効率化を目的としており、本法では連続最適解近傍の離散値データの組合せより算出した。

4. 数値計算例による特性分析

離散最適解の特性を検討するため、図-2に示す1層2スパンラーメンの数値計算を行った。用いた離散値データを表-1に示す。計算結果の一例として、 $W_s=0.0$, $W_A=180.0$, $\alpha_s=10.0$ と固定し、 α_A を変化させた場合の連続最適解および離散最適解の変化を表-2に示す(ただし、表-2最右欄の節点数は計算に要した全ノード数)。

表-2から、①連続最適解の設計値は一定の比($2X_1 = 2X_2 = X_3$)であるが、離散最適解ではそのような傾向は認められない、② α_A の増加につれて連続最適解は連続的な増加傾向を示し、離散最適解は段階的な増加傾向にある、③離散最適解の荷重係数値は常に連続最適解のそれより小さいが、構造重量については一定の関係が認められない、④開発した分岐限定法に基づく離散化アルゴリズムは多くの計算量を必要とし、今後改善の余地があると思われる、などの事柄が認められ、離散最適解は連続最適解とはかなり異なる傾向を有し、離散化に伴い最適化計算がより重要であることがわかる。

参考文献 1) 例えば、杉本他：骨組構造物の離散的全応力設計に関する数値実験的研究、構造工学論文集、Vol. 38A, 1992. 2) 三原他：骨組構造の塑性設計における多目的最適化に関する一考察、構造工学論文集、Vol. 38A, 1992. 3) 今野浩他：整数計画法と組合せ最適化、日科技連、1991.

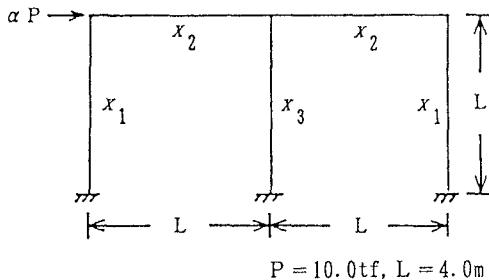


図-2 1層2スパンラーメン

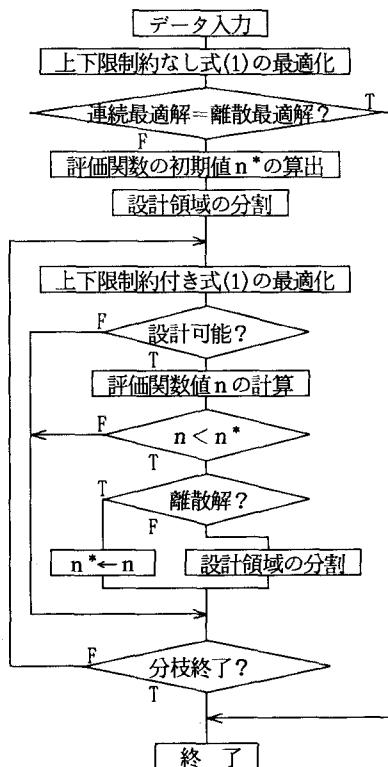


図-1 解法アルゴリズム

表-1 離散値データ (tf・m)

No.	全塑性 t-メント	No.	全塑性 t-メント	No.	全塑性 t-メント
1	2.102	12	11.400	23	24.960
2	2.448	13	12.600	24	27.120
3	3.696	14	13.008	25	30.720
4	3.768	15	13.392	26	31.920
5	3.768	16	13.560	27	33.840
6	5.016	17	17.184	28	34.800
7	5.904	18	19.320	29	36.000
8	7.416	19	20.616	30	36.720
9	7.656	20	20.832	31	38.640
10	8.784	21	23.040		
11	8.856	22	24.480		

表-2 α_A ～最適解関係

α_A	連続最適解			離散最適解			α	W	節点数
	Z	X ₁	X ₂	X ₃	Z	X ₁	X ₂	X ₃	
0.4	0.901	6.757	6.757	13.514	1.351	162.16	0.905	7.656	5.904 13.560
0.8	0.935	7.009	7.009	14.019	1.402	168.22	0.939	7.416	7.416 12.600
1.2	0.971	7.282	7.282	14.563	1.456	174.76	0.974	7.656	7.416 13.560
1.6	1.010	7.576	7.576	15.152	1.515	181.82	1.016	8.856	7.416 13.008
2.0	1.053	7.895	7.895	15.789	1.579	189.47	1.056	7.656	7.416 17.184
2.4	1.099	8.242	8.242	16.484	1.648	197.80	1.104	7.656	7.416 19.320
2.8	1.149	8.621	8.621	17.241	1.724	206.90	1.157	7.416	8.856 19.320
3.2	1.205	9.036	9.036	18.072	1.807	216.87	1.210	8.784	8.784 19.320
3.6	1.266	9.494	9.494	18.987	1.899	227.85	1.279	11.400	8.784 17.184
4.0	1.333	10.000	10.000	20.000	2.000	240.00	1.343	8.856	8.856 24.480

単位: $W: \text{tf} \cdot \text{m}^2$, $X_i (i=1 \dots 3): \text{tf} \cdot \text{m}$