

I-512 骨組構造物の剛性変動に対する 固有ベクトル成分の感度特性について

(株)大東設計コンサルタント 正員 榎本 覚雄 東洋大学 正員 新延 泰生
東洋大学 正員 矢島 基臣

1. まえがき

骨組構造物の損傷による剛性変動を評価するために固有振動数、減衰定数および固有モードなどの振動特性の変動に注目する研究がさかに行われている¹⁾。上記の振動特性のうち固有振動数そして減衰定数の変動からは構造系全体を通しての剛性劣化しか評価できず、その位置を特定することは困難である。最近、たわみ分布あるいは振動モードの曲率成分に注目し、その変動から損傷の程度とその位置を評価する研究が行われている²⁾。しかしながら、それらの研究では曲率成分に注目する理論的根拠については何も触れてない。

本研究では固有ベクトル成分(たわみ成分および回転角成分)の感度係数に注目し回転角成分の感度係数がたわみ成分のそれに比較して局所的に大きく変化することを示す。すなわち、その回転角成分付近の要素に対する感度係数が他の要素に対する感度係数に比較して大きいことを示す。

2. 固有ベクトルの感度係数³⁾

多自由度系の固有値問題は、マトリックス表示を用いて次のように表わすことができる。

$$K(X) Y_r = \lambda_r M(X) Y_r \quad (1)$$

ここで、 $K(X)$ および $M(X)$ は、それぞれ $n \times n$ の剛性マトリックスおよび質量マトリックスである。 Y_r は $n \times 1$ のベクトルで r 番目の固有ベクトルを表し、 λ_r は r 番目の固有値である。また X は $m \times 1$ の感度変数ベクトルである。固有ベクトル Y_r は次の直交条件を満足するものとする。

$$Y_r^T M(X) Y_p = \begin{cases} 0, & (p \neq r) \\ 1, & (p = r) \end{cases} \quad (2)$$

固有ベクトル Y_r の感度変数 X_i に対する1次感度係数は、式(3)のようになる。

3. 感度係数分布

図-1に示す計算モデルに対し、2.より得られる感度係数を1次モードに対して計算し、鉛直たわみ成分のもと回転角成分のものにわけ、その分布状況を表したものを図-2に示す。図-2は、各要素に対

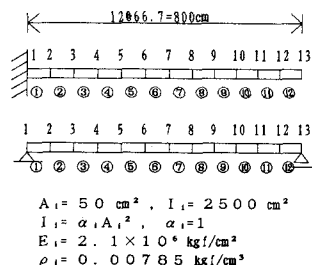


図-1 数値計算モデル

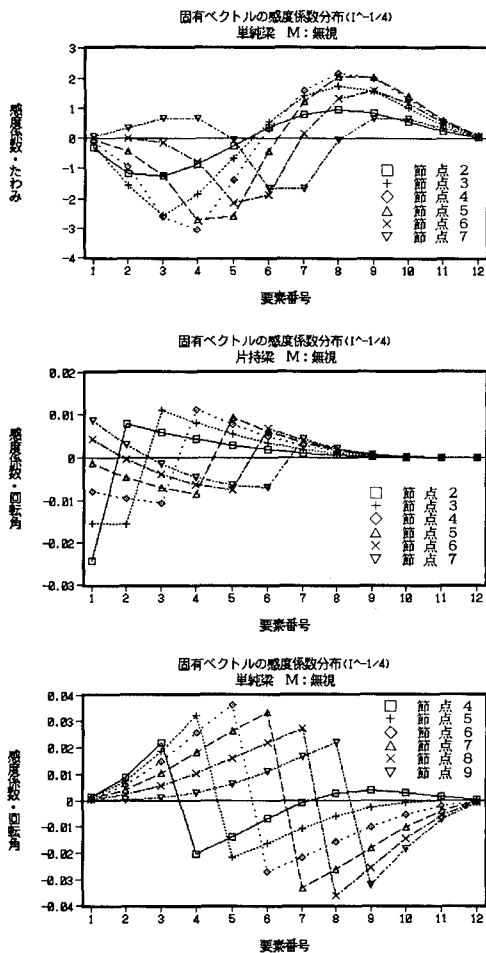


図-2 感度係数分布(質量無視)

$$\frac{\partial y_r}{\partial X_i} = -\frac{1}{2} \left(y_r^T \frac{\partial M}{\partial X_i} y_r \right) y_r - \sum_{s=1}^n \frac{1}{\lambda_s - \lambda_r} \left(y_s^T \left[\frac{\partial K}{\partial X_i} - \lambda_r \frac{\partial M}{\partial X_i} \right] y_r \right) y_s \quad (3)$$

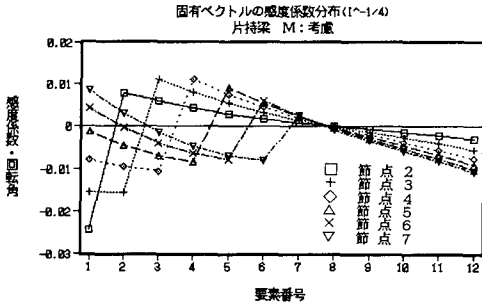


図-3 感度係数分布(質量考慮)

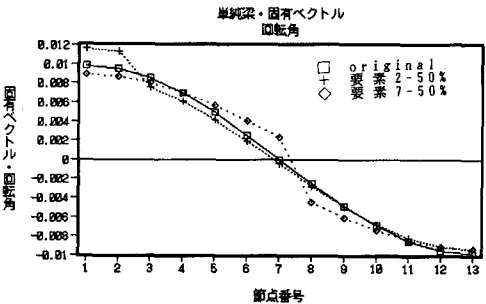
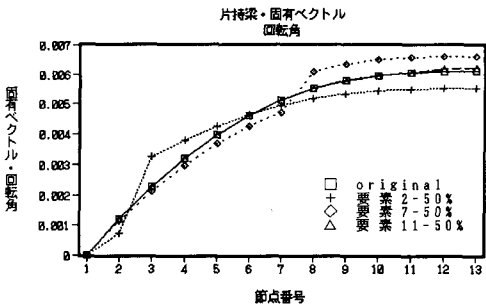
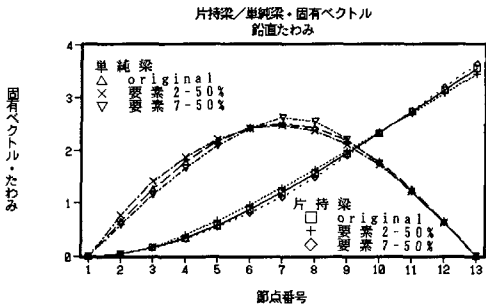


図-4 剛性変動に対する固有ベクトル

する感度係数を各節点毎に整理したものである。この図に示す感度係数は、剛性のみが変動し質量の変動は考慮しない条件つまり、式(3)において $\partial M / \partial X_i = 0$ とした場合のものである。回転角成分に着目した場合、片持梁、単純梁ともにその要素の両端の節点における感度係数の絶対値が他の節点に比べて大きくかつ、その符号が正負逆となっている。このことから回転角成分の変動の割合、すなわち曲率成分の感度係数が大きいことがわかる。一方、鉛直たわみ成分に着目した場合、回転角のような規則的な傾向はみられない。また一例であるが、片持梁の回転角の感度係数分布において、質量の変動も考慮した条件つまり、式(3)において $\partial M / \partial X_i \neq 0$ とした場合を図-3に示す。質量の変化を考慮しないものと比較して、基部においてはさほど差異は認められないが、要素7より先端部においては明らかに質量の影響と考えられる感度係数が表われている。

4. 剛性変動に対する固有ベクトル

図-1の計算モデルに対し片持梁は要素2、7、11、単純梁は要素2、7の断面積をそれぞれ50%減少させたときの固有ベクトルを鉛直たわみと回転角にわけて表わしたものを図-4に示す。なお、この計算においても質量の変動は無視している。図より回転角に着目した場合、各ケースとも変動した要素の両端の節点における回転角が正負逆の変動をし、回転角の変化の割合すなわち曲率成分が大きくなっていることがわかる。一方、鉛直たわみの場合は回転角のような明確な相関関係は認められない。3. で述べた感度係数分布の特性と非常に一致していることが、注目される。

5. おわりに

本研究では、骨組構造物の固有ベクトルの感度係数に着目し、その分布状況から損傷評価において曲率成分に注目することの有効性に対して理論的根拠に関する一つの考察が得られた。

参考文献 1) 加藤, 高木, 島田: P C橋梁の破壊に伴う振動性状の変化に関する実験的研究, 土木学会論文集, 第341, pp113~118, 1984 他

2) 水澤, 高木: 曲率変化に基づくはり構造物の損傷評価法について, 構造工学論文集, Vol. 38A, 1992 他

3) Fox, R. L. and M. P. Kapoor: Rates of change of Eigenvalues and Eigenvectors, AIAA Journal, Vol. 6, 1968