

I-462

サンドイッチ梁の衝撃応答解析

大阪市立大学大学院 学生員 ○柳原 康男
 大阪市立大学工学部 正 員 小林 治俊
 大阪市立大学工学部 正 員 園田恵一郎
 大阪市立大学大学院 学生員 石丸 和宏

1. まえがき

先に著者ら[1]は、鋼・コンクリートよりなる2層合成梁の弾性衝撃応答解析を動弾性論に基づく固有関数展開法(モード法)により解析する方法を提案し、数値計算結果に基づき、衝撃作用点より発生した応力波の初期伝播特性および応力の長期応答を示した。本文は、鋼・コンクリート合成サンドイッチ梁の解析結果について数値例を示し、その動特性を検討する。

2. 解析方法

図1に座標系を示している。平面応力状態を仮定すれば、等方弾性体の運動方程式は次式で与えられる。

$$G[\nabla^2 u + \beta \text{grad}(\text{div } u)] = \ddot{\rho} u \quad (1)$$

ここに、 u は変位ベクトル、 ∇^2 はラプラシアン、 G はせん断弾性係数、 $\beta = (1+\nu)/(1-\nu)$ 、 ν はポアソン比、 ρ は密度、ドットは時間に関する微分を意味する。運動方程式、応力・変位式等は全て各層で成立するので、添字($i=1, 2, 3$)を付して上中下層を示すことにする。

はり両端の単純支持条件および上下辺の境界条件は、
 $v = \sigma_x = 0 (x=0, l)$, $\sigma_{y1} = -f(t)q(x)$, $\tau_{xy} = 0 (y_1 = -h_1/2)$,
 $\sigma_{y3} = \tau_{xy3} = 0 (y_3 = -h_3/2)$ (2)

であり、さらに各層間では変位 u, v と応力 σ_y, τ_{xy} の連続条件を規定する。

さて、式(1)の解は慣性項を無視した荷重 $q(x)$ による静的問題の解 $u^* = (u_1^*, v_1^*)$ と、慣性項を考慮した擾乱解 $u_i^d = (u_i^d, v_i^d)$ の和として次式のように与える[1, 2]。

$$u_i(x_i, t) = -f(t)u_i^*(x_i) + u_i^d(x_i, t), \quad u_i^d = (x_i, t) = \sum_m \sum_n Q_{mn}(t) u_{mni}(x_i) \quad (3)$$

ここに $x_i = (x, y_i)$ 、 $Q_{mn}(t)$ は未定の時間関数、 $u_{mni}(x_i)$ は自由振動問題での固有関数(モード関数)である。

式(3)を式(1)に代入し、固有関数の直交性を利用すると $Q_{mn}(t)$ に関する次の微分方程式を得る。

$$\ddot{Q}_{mn} + p_{mn}^2 Q_{mn} = -\dot{f}(t) Z_{mn} \quad (4)$$

ただし、 p_{mn} は固有円振動数、 Z_{mn} は次式で与えられる。

$$Z_{mn} = \left\{ \sum_{i=1}^3 \int_{V_i} \rho_i u_i^* u_{mni} dv_i \right\} / \left\{ \sum_{i=1}^3 \int_{V_i} \rho_i u_{mni}^2 dv_i \right\} \quad (5)$$

式(4)の解は、周知のたたみこみ積分で与えられ、初期条件および荷重の時間関数 $f(t)$ を与えることにより解が確定する。

3. 数値計算例

作用荷重ははり上辺中央に荷重幅 $2d$ の部分等分布荷重 q 、時間に関してはステップ関数 $f(t) = H(t)$ とし、衝撃を受ける前に、はりは静止しているものとした。用いた諸元は、はり高スパン比 $h/l = 0.3$ 、各層厚比は $h_1/h = 0.1$, $h_2/h = 0.8$, $h_3/h = 0.1$ 、各層の材料定数はポアソン比は $\nu_1 = \nu_3 = 0.3$, $\nu_2 = 0.167$ 、密度は $\rho_1 =$

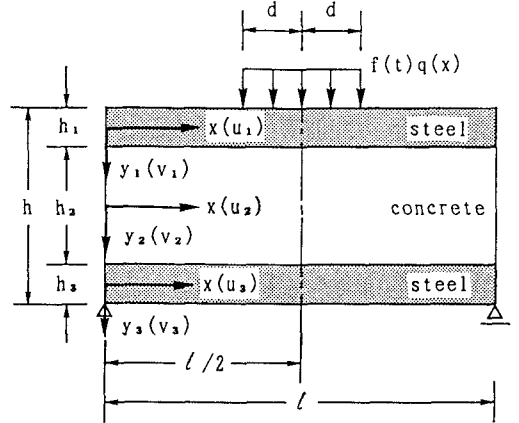


図1 座標系

$\rho_s=7.85(\text{tf/m}^3)$, $\rho_c=2.3(\text{tf/m}^3)$, ヤング率は $E_1=E_s=2.1 \times 10^5(\text{kgf/cm}^2)$, $E_2=2.4 \times 10^5(\text{kgf/cm}^2)$ であり, 特に断らない限り荷重幅は $2d=0.1l$ としている. 用いた級数の項数は収束状況を考慮して $m=50$ (奇数項のみ), $n=1000$ とし, 併せてフーリエ級数の収束性をlocal smoothing法[3]を用いて改善をはかった.

図2は, はり中央断面上($x/l=0.5$)の応力 σ_y の初期応答を3つの着目点($y_1/h_1=0.5$, $y_2/h_2=0$, $y_2/h_2=0.5$)に対して描いたものである. 横軸は, 無次元時間 $\tau(=c_{12}t/h)$ を表しており, 図において応力が不連続的に変動している箇所は応力波が上下辺で反射, 接合面で反射・透過を繰り返して着目点に到達していることを示している. 図3は, 接合辺での鋼の応力 σ_x の応答を3種類の荷重幅に対して示したものである. コンクリートの応力 σ_x は示していないが, 鋼との材料定数比だけ小さい. 荷重幅が小さい場合, 応答の初期に上接合辺で引張り応力が発生しており注目すべきである. 図4は, 接合辺でのせん断応力 τ_{xy} の初期応答である.

他の結果は, 当日発表する.

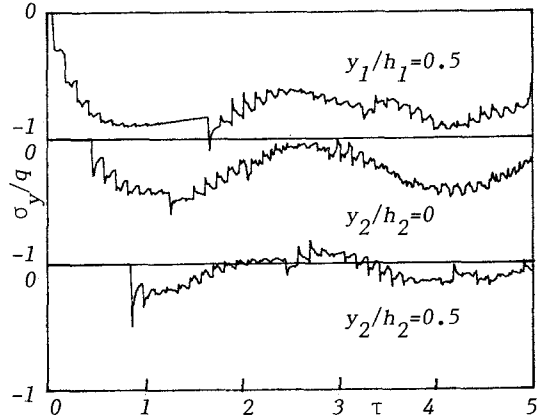


図2 中央断面上の σ_y の応答曲線

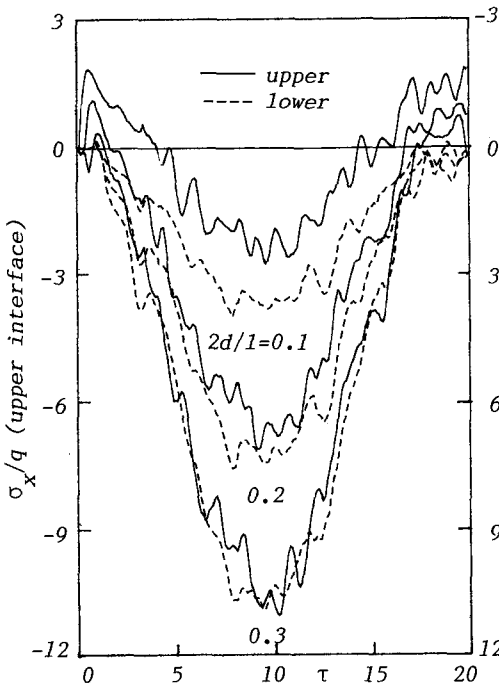


図3 中央断面上の接合辺での σ_x の応答曲線

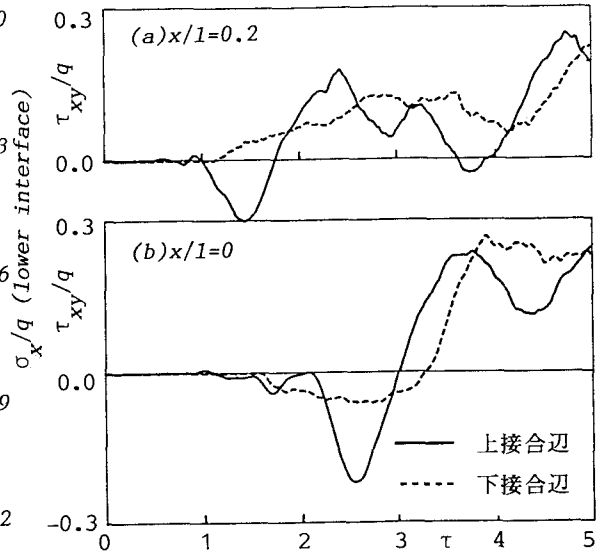


図4 接合辺での τ_{xy} の応答曲線

4. 参考文献 [1]小林, 園田, 鹿島: 単純支持された鋼・コンクリート合成梁の弾性衝撃応答解析, 構造工学論文集, 1992. [2]小林, 園田, 石丸: 鋼・コンクリート合成円版の弾性衝撃応答解析, 構造工学論文集, 1992. [3]Lanczos, C.: Discourse on Fourier Series, Oliver & Boyd, Edinburgh and London, 1966.