

剛体バネモデルによる軸対称問題の衝撃弾性応答解析

大阪市立大学 正員 園田恵一郎  
清水建設(株) 正員 山本 新

【1、はじめに】

鉄筋コンクリート、または鋼とコンクリートの合成構造物に衝撃荷重が作用する問題として、落石防護工への落石の衝突、原子炉などの重要構造物への航空機などがある。しかしながら、衝撃問題の解析は、特にコンクリート構造物はひび割れやせん断滑りなどの不連続現象のためにいまなお多くの問題を残している。そこで本研究では構造物の衝撃荷重を簡単に取り扱う解析手法として、解析対象を剛体バネモデル(Rigid Body Spring Model、以下RBSMと略す)に離散化する方法を検討した。RBSMは構造物をいくつかの剛体要素とそれらを連結するバネによりモデル化し、非線形性の顕著な塑性現象や不連続性を取り扱おうとしたものである。本研究では、剛体バネモデルを用い、これを陽的差分法を用いて時間積分する解析を行った。得られた数値計算結果は固有関数展開法を用いた弾性解析解と比較し、本手法の妥当性を検証している。

【2、剛体バネモデル】

剛体バネ要素は図1をy軸について360°回転することによってできるリング状の要素とする。2次元剛体バネ要素法は要素重心においてx方向変位u、y方向変位v、回転変位ωの3自由度を有する2次元要素を用いる。従来の剛体要素ではモデルがリング状である場合には、x方向変位も回転も生じないが、本解析で用いる要素はx方向に変位したり、重心回りに変位したりすることもできるものとする。以下に、要素重心(x<sub>c</sub>, y<sub>c</sub>)を定義する。

$$x_c = S_y / V, \quad y_c = S_x / V \quad (1)$$

ここで、V:要素の体積、S<sub>x</sub>:要素のy軸回りの1次モーメント、S<sub>y</sub>:要素のx軸回りの1次モーメントである。

【3、数値計算手法】

隣接する2要素間は鉛直方向バネK<sub>n</sub>とせん断方向バネK<sub>s</sub>で連結されている(図3(b))。隣接する要素間の相対変位δ<sub>n</sub>、δ<sub>s</sub>(図4)を求め、この相対変位よりバネによって要素に作用する力を求める。次に陽解法から任意時間tにおける要素iの運動方程式より、時刻tにおけるx、y方向と要素重心回りの加速度u、v、ωを式(2)に表す。

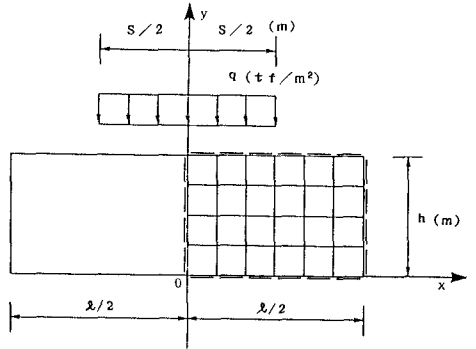


図1 座標系と対象モデルの離散化

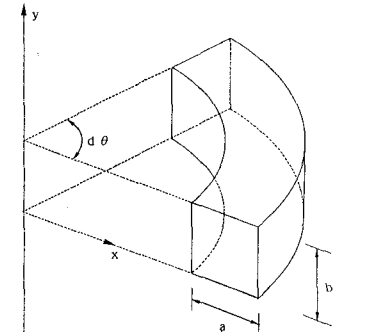


図2 要素をdθだけ切り出した図

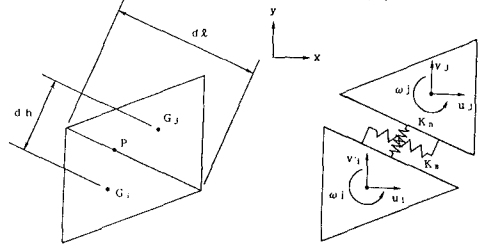


図3(a) 隣接する剛体要素 図3(b) 重心の変位と要素間のバネ

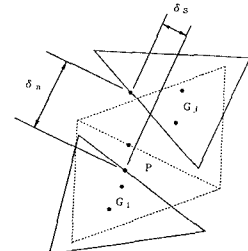


図4 要素間の相対変位

$$\begin{cases} u_{i,t} = X_i / m_i \\ v_{i,t} = Y_i / m_i \\ \omega_{i,t} = M_i / I_i \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 $X_i$ 、 $Y_i$ 、 $M_i$ は要素に作用するx方向、y方向回転 $\omega$ に関して働く力の和であり、 $m_i$ 、 $I_i$ は要素iの重量および慣性モーメントである。また、解析対象が軸対称状態にあるために要素に半径方向変位があると自動的に円周方向に歪を生じて応力が生じること、また、要素が重心回りに回転して要素内の点が半径(x方向)に移動するとこれを復元しようとするモーメントが生ずることを考慮した。式(2)の加速度を時間tにおいて時間増分 $\Delta t$ に関して積分し、時刻t +  $\Delta t$ における変位速度が求められる。さらに、 $\Delta t$ で積分し、時刻t +  $\Delta t$ 間の要素iにおける変位を求める。

【4、解析結果】

剛体パネモデルを用いて解析した結果を固有関数展開法を用いた弾性解析解と比較し、本解析の精度を検討した。図5の解析モデルに図6の台形状の衝撃荷重が作用した場合の解析結果を示す。この解析では解析の対象として敷砂層をとりあげている。本解析は落石による衝撃力が敷砂層に作用する問題をシミュレートするための前段階として、ここでは弾性理論解と比較することを目的としている。敷砂の単位体積重量  $\gamma = 1.8$  (tf/m<sup>3</sup>)、弾性係数  $E = 100$  (tf/m<sup>2</sup>)、ポアソン比  $\nu = 0.0$  で解析した。衝撃荷重は落石実験で得られた荷重をモデル化した台形状の衝撃荷重を用いた。境界条件は中心線上x方向の変位と要素の回転を拘束し、下辺でy方向の変位と回転を拘束している。図7の応力 $\sigma_y$ の応答曲線はズレは生じているものの固有関数展開法の解と同様な応答の変化を示している。また、図8の変形図では応力波が伝播し、広がっている様子がわかる。

【5、結果】

本解析は軸対称荷重を受ける円盤について応力伝播解析を行い、固有関数展開法を用いた弾性解析解と動的応答を比較し、本解析の軸対称問題に対する適用性を調べた。解析手法の妥当性を検討するためにさまざまな解析パラメーターを変化させ、解析結果が衝撃荷重による応力波の伝播特性を十分表していることを確認し、本解析で用いた剛体パネモデルが、衝撃問題の解析に対する実用性の高い数値解法となる可能性を見いだした。

参考文献

- [1]川井忠彦：固体力学諸問題の離散化極限解析、生研セミナーテキスト、76(1982)
- [2]小林治俊：衝撃荷重を受ける弾性厚円盤の解析、土木学会年次学術講演会 1-328(1989)

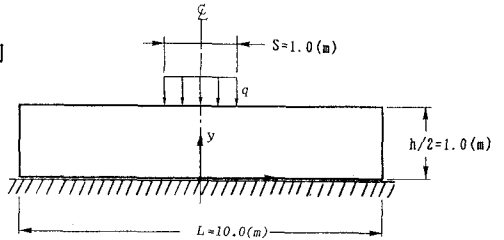


図5 衝撃荷重が作用する解析モデル

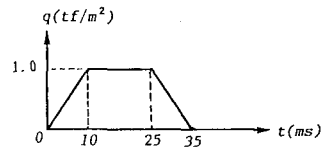


図6 台形状の衝撃荷重

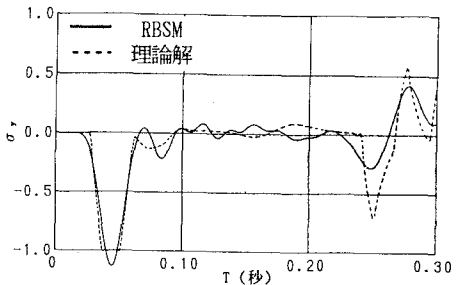


図7 応力 $\sigma_y$ の応答曲線と理論解の比較  
着目点 (x, y)=(0.04m, 0.8m)

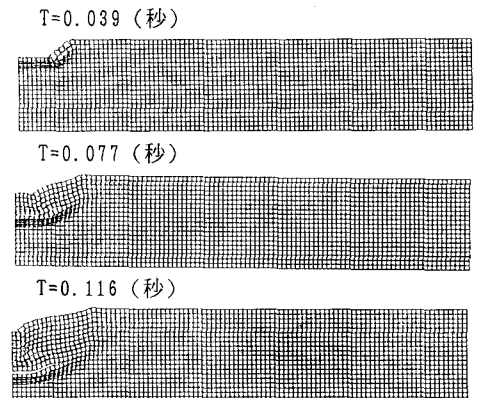


図8 解析モデルの変形図の時間変化