I-419　ケーブルプレストレスを考慮した斜張橋の最適構造設計

長岡技術科学大学大学院　学生員　平山　博
長岡技術科学大学建設系　正　員　林　　正

１．まえがき

斜張橋は，高次の不静定構造物であることなどから，最適構造設計において最も興味のある橋梁構造物である．本文では，部材の断面寸法とともにケーブルプレストレスを設計変数とし，死荷重作用時に塔の面内曲げモーメントを零にする制約条件を課して，総鋼重を最小にする斜張橋の立体最適設計法について報告する．

２．プレストレスの最適化

（１）設計条件

ケーブル部材に導入するプレストレスは，以下の条件で求めることにする．

1) プレストレスの設計変数は，ケーブル部材の緊張量（長さ）とし，部材長（骨組長）を短くする場合を正とする．なお，設計変数が負や零になる場合も扱う．

2) 死荷重とプレストレスの作用時において，塔に面内曲げ変形が生じないようにする．

3) 最適プレストレスは他の設計変数とともに，構造系全体の最小重量設計によって求める．

（２）等号制約条件

条件2) は，塔に関して両側に張られた対になるケーブルの水平張力成分を等しくすることによって満足される．この対になるケーブルのプレストレスの設計変数を２つに分け $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2$ とおくと，塔の曲げ変形に関する次の等号制約条件式が成り立つ．

$$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) = [\boldsymbol{H}_1]\boldsymbol{x}_1 + [\boldsymbol{H}_2]\boldsymbol{x}_2 + \boldsymbol{h}_0 = \boldsymbol{0} \quad \cdots\cdots (1)$$

ここに，行列 $\boldsymbol{H}_1, \boldsymbol{H}_2$ の各要素は，プレストレスにより塔上の節点に作用する水平力の影響値である．また，ベクトル $\boldsymbol{h}_0$ の各成分は，死荷重時のケーブル張力により同じ節点に作用する水平力である．

（３）プレストレスの初期値計算法

プレストレスの初期値は，死荷重とプレストレスによる主桁の曲げモーメントを最小にするミニマックス最適化計算から求める．なお，この最適化問題は線形計画法で解くことができる．

３．最適設計法

（１）ＳＬＰによる定式化

プレストレスを含む全設計変数をベクトル $\boldsymbol{X}$ で表す．SLP を用いて，換算体積 f，道路橋示方書の規定などによる制約条件式 g_j，さらに式 (1) と $\boldsymbol{X}$ に対する上・下限値制約を，設計点 $\boldsymbol{X}^*$ で Tayler 展開すると，最小重量設計問題は，次のように $\Delta\boldsymbol{X}$ について線形化された問題として定式化することができる．

$$\text{minimize} \quad \Delta f = \{\boldsymbol{F}^*\}^T \Delta\boldsymbol{X} \quad \cdots\cdots (2)$$

$$\text{subject to} \quad [\boldsymbol{G}^*]\Delta\boldsymbol{X} \le -\boldsymbol{g}^* \ , \quad [\boldsymbol{H}^*]\Delta\boldsymbol{X} = \boldsymbol{0} \ , \quad \boldsymbol{X}^L - \boldsymbol{X}^* \le \Delta\boldsymbol{X} \le \boldsymbol{X}^U - \boldsymbol{X}^* \quad \cdots\cdots (3)\sim(5)$$

ここに，$(\ )^*$ は設計点での値を表し，列ベクトル $\Delta\boldsymbol{X}$，$\boldsymbol{F}$ の成分と行列 $\boldsymbol{G}$，$\boldsymbol{H}$ の要素は次式で与えられる．

$$\Delta X_i = X_i - X_i^* \ , \quad F_i = \partial f/\partial X_i \ , \quad G_{ji} = \partial g_j/\partial X_i \ , \quad H_{ki} = \partial h_k/\partial X_i \quad \cdots\cdots (6)$$

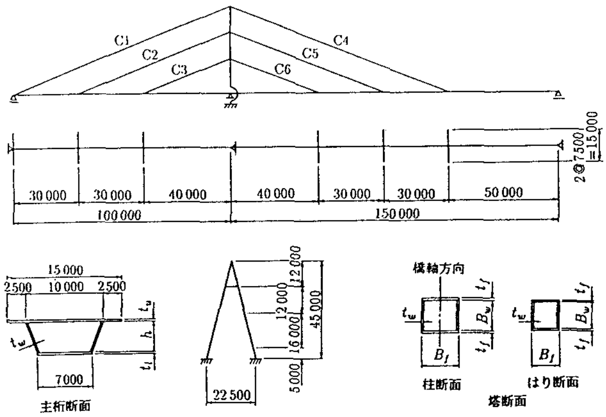
（２）プレストレスの補正計算法

式 (2) ～ (5) を解いて得られた値 $\Delta\boldsymbol{X}$ は式 (4) を満足するが，新しい設計点 $\boldsymbol{X}^* + \Delta\boldsymbol{X}$ は，線形化による誤差のために式 (1) を近似的にしか満足しない．式 (1) を各反復過程で常に満足させるためには設計点を補正する必要がある．そこで，その補正量を最小にするミニマックス最適化問題を解いて，SLP で得られたプレストレスを補正することにした．その他，最適化計算に用いた手法等は，文献 1) と同じであるので説明を省略する．

４．最適構造設計例

（１）計算例

図-１に示す２径間連続鋼斜張橋について最適構造設計を行う．ケーブルの配置は３段のハープ型で，A 型タワーについて２面吊りの立体構造とする．主桁は１軸対称，塔は２軸対称の箱形断面とし，主桁の上・下フランジ幅以外の全板幅と板厚を設計変数として選んだ．なお，桁高 h は全長にわたって共通設計変数とする．また，



図－1　２径間連続鋼斜張橋

表－1　目的関数の最適値と収束回数の比較

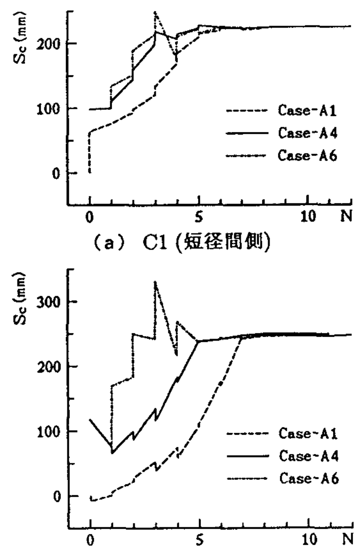
Case No.	K	S_{co} (mm)	Case−A (A_{co} =500cm²) N	Case−A f (m³) (%)	Case−B (A_{co} =1000cm²) N	Case−B f (m³) (%)
1	0	0	12	123.025 (——)	18	123.064 (0.03)
2	0	100	12	123.048 (0.02)	12	123.056 (0.03)
3	0	200	23	123.062 (0.03)	25	123.076 (0.04)
4	1	——	11	123.077 (0.04)	13	123.051 (0.02)
5	3	——	10	123.067 (0.03)	12	123.056 (0.03)
6	5	——	12	123.042 (0.01)	13	123.042 (0.01)
0	——		15	151.292 (22.98)	14	151.268 (22.96)
2*	0	100	13	122.061 (−0.78)	14	122.099 (−0.75)

ケーブルは橋軸に関して対称な位置にあるものを共通設計変数とし，断面積 A_c 及びプレストレス S_c を各々6 個ずつ選んだ．これより，全設計変数は 49 個になる．

設計荷重は道示の規定を適用し，死荷重（前・後），活荷重，衝撃，プレストレスの主荷重と，風荷重，温度変化の影響，地震の影響（慣性力）の従荷重を用い，これら 42 ケースの荷重の組合せを考慮する．

（２） 計算結果と考察

ケーブル断面積の初期値 A_{c0} に２通りの値を用いて，合計 16 ケースについて最適構造設計を行ったときの収束回数 N と最小重量（換算体積）f を表−1 に示す．表中の K はプレストレスの初期値計算法を用いた回数であり，K=0 は初期値計算を行わずに，全ケーブルに同じプレストレスの初期値 S_{c0} を与えて計算した場合である．また，比較のためにプレストレスを導入しない場合（Case−0）と，式 (1) の等号制約条件を課さない場合（Case−2*）についても示す．



（a） C1（短径間側）

（b） C4（長径間側）

図−２　プレストレスの収束状態

表−1 より，プレストレスの初期値計算法を用いていない Case−1∼3 の収束回数は，初期値によって 12∼25 回と大きな差がある．これに対して，初期値計算法を用いた Case−4∼6 では 10∼13 回と収束性がよく，かつ安定している．また，目的関数の最適値は，表中の括弧内に示したように Case−1∼6 において最大 0.04% の差でよく一致している．なお，塔の制約条件を課さない Case−2* では 1% 減少するだけであるが，プレストレスを導入しない Case−0 では 23% 増大している．

次に，プレストレスの初期値計算法を用いていない Case−A1 と，この手法を１回用いた Case−A4，５回用いた Case−A6 における最上段ケーブル C1，C4 のプレストレスの収束状態を図−２に示す．この図において設計点が縦軸に平行に移動しているが，この移動量はプレストレスの初期値計算あるいは補正計算による修正量である．この図より，どのケースにおいても補正量は最適値に近付くにつれて徐々に小さくなっていることが分かる．また，プレストレスの初期値計算法を用いたことによって最適値に早く近付いており，本手法は効果があったと言える．

なお，全計算時間は，設計変数の数の少ない Case−0 を除けばほぼ収束回数に比例しており，初期値計算と補正計算による時間の増加は認められなかった．

５．　あとがき

プレストレスの初期値計算法などの数値計算の安定性を高めるための手法を検討し，部材の断面寸法とともにプレストレスを同時に最適化できる収束性のよい斜張橋の立体最適構造設計法を開発した．

1) 林　正・平山　博：立体骨組構造物の大規模設計問題における実用的最適化計算法，土木学会論文集，No.437/I-17，1991.