

I-407 複合材料の巨視的弾塑性構成則予測の一方法

三菱重工業(株)	○正員	木谷朋之
東北大学工学部	正員	岩熊哲夫
東北大学工学部	正員	倉西 茂

1. まえがき

現在、鋼構造工学の分野においても、より合理的に定めた安全率に基づく終局強度設計法が採用されつつある。このような現状において、その終局状態を支配する大きな要因のひとつが材料非線形性の問題である。また、構造物の終局状態はほとんど塑性状態であり、材料非線形性に大きく左右されることを考えると、塑性域も含めた複合材料の巨視的構成則の研究は、設計自体に対しても非常に重要であると考えられる。そこで本研究では「森-田中理論¹⁾」を、増分形式で表わされた弾塑性材料の支配方程式に適用することによって、複合材料の弾塑性挙動を解析した。

2. 材料モデルと平均化手法

複合材料の巨視的な挙動は非常に複雑になるが、微視的な観点からみると非常に簡単な構成モデルで表現できる。ただし、本研究では微小変形理論の枠内だけで議論をする。それぞれの材料は弾性域では Hooke の法則で表わされ、初期降伏判定は一般的に用いられている von Mises の降伏条件に従うものとする。降伏後の挙動は関連流れ則である Prandtl-Reuss 式の増分関係でモデル化できるとする。対象領域はほとんど無限体とし、介在物の体積比を f 、母材と介在物の弾塑性係数をそれぞれ C_m 、 C_i で表わし介在物は 1 種類の材料でできた楕円体とする。無限遠方場で平均的な外力として $(n \dot{\epsilon}^0)$ の増分表面力が作用した問題を考える。介在物が全く存在しない場合の一樣なひずみ増分を $\dot{\epsilon}^0$ とすると、介在物が存在することでひずみ・応力ともにその分布は乱れる。系全体のひずみ場の乱れを $\dot{\epsilon}_D$ とし、ここに新たにある特定の 1 個の介在物を導入した場合の介在物内部とその周辺に発生するひずみを $\dot{\chi}$ で表わす。すると、母材及び介在物中に発生する平均的な応力の乱れ増分を $\dot{\sigma}_m$ 、 $\dot{\sigma}_i$ で表すと、それぞれの領域で次のような平均応力-ひずみの増分関係が成立する。

$$\dot{\sigma}^0 + \dot{\sigma}_m = C_m (\dot{\epsilon}^0 + \dot{\epsilon}_D) \quad \text{IN MATRIX} \quad , \quad \dot{\sigma}^0 + \dot{\sigma}_i = C_i (\dot{\epsilon}^0 + \dot{\epsilon}_D + \langle \dot{\chi} \rangle) \quad \text{IN INCLUSION} \quad (1)$$

ここに、 $\langle \rangle$ は介在物内平均を表わす。介在物にアイゲンひずみを適用する等価介在物法²⁾³⁾を式(1)に用いると、複合材料の巨視的な構成関係とそれぞれの領域での平均応力場は次式ようになる。

$$\dot{\epsilon}^0 = [C_m - (C_m - C_i) \{S - f(S - I)\}]^{-1} \{C_m - (1-f)(C_m - C_i) S\} C_m^{-1} \dot{\sigma}^0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}^0 + \dot{\sigma}_m &= \sigma^0 - f C_m (S - I) [C_m - (C_m - C_i) \{S - f(S - I)\}]^{-1} (C_m - C_i) C_m^{-1} \dot{\sigma}^0 \\ \dot{\sigma}^0 + \dot{\sigma}_i &= \sigma^0 + (1-f) C_m (S - I) [C_m - (C_m - C_i) \{S - f(S - I)\}]^{-1} \\ &\quad \times (C_m - C_i) C_m^{-1} \dot{\sigma}^0 \end{aligned} \quad (3)$$

ここで S は母材のポアソン比を用いた Eshelby⁴⁾ のテンソルである。またこの結果は無遠方場で平均的なひずみ場を与えた場合の結果と完全に一致する。しかし式(2),(3)から明らかなように、この場合には母材の弾塑性係数の逆行列が必要になり、もし母材が完全弾塑性体で介在物よりさきに降伏する場合には上式の算定法を用いることが不可能になる。そこで次のような拡張を行なう。母材を介在物と同じ材料で置き換えると同時に母材のみにそれに対応したアイゲンひずみを分布させる。この手法を用いると複合材料の巨視的な構成関係とそれぞれの領域での平均応力場は次式ようになる。

$$\dot{\sigma}^0 = [C_i + (1-f) \{I + D_i (C_m - C_i) f S\}]^{-1} (C_m - C_i) \dot{\epsilon}^0 \quad (4)$$

$$\dot{\sigma}^0 + \dot{\sigma}_m = C_m \{C_m + f (C_m - C_i) S\}^{-1} C_i \dot{\epsilon}^0$$

$$\dot{\sigma}^0 + \dot{\sigma}_i = C_i \{C_m + f (C_m - C_i) S\}^{-1} \{C_i + (C_m - C_i) S\} \dot{\epsilon}^0 \quad (5)$$

ここで注意しなければならないのは式(4),(5)では、介在物のポアソン比を Eshelby のテンソル S に用いなく

ればならない。

3. 球形介在物の解析例

ここでは、前章で示した手法を具体的な例で検討する。母材及び介在物のそれぞれの塑性域での構成則はクリープでよく用いられているPower-lawのひとつである次式の修正 Ludwik式により表わされるとする。

$$\sigma^k = \{ \sigma_{y^k} + h^k (\varepsilon^{p_{0,q^k}})^n \} / \sqrt{3} \quad (K=M \text{ or } I) \quad (6)$$

ここで σ^k は流動応力であり σ_{y^k} は初期降伏応力、 $\varepsilon^{p_{0,q^k}}$ は相当塑性ひずみ、そして h^k と n はそれぞれ強度係数と硬化指数である。また複合材料の応力状態はすべて純せん断とし、介在物にアイゲンひずみを与える手法を手法A、母材に与える手法を手法Bとする。図1から図4にせん断応力状態の平均応力-ひずみ関係を示した。全ての場合において $h^M = 2\sigma_{y^M}/3$, $h^I = \sigma_{y^I}/3$, $n = 0.5$, また、母材と介在物のポアソン比をそれぞれ $\nu_M = 0.3$, $\nu_I = 0.2$ とする。図1にせん断降伏応力比(= τ_{y^I}/τ_{y^M}) 1.5, せん断弾性係数比(= μ_I/μ_M) 10.0 の場合の結果を示した。手法Bでは弾性域での複合材料の巨視的剛性を高く示すのに対して介在物が降伏してから剛性が大きく低下する, また手法Aでは介在物が降伏した後すぐに母材が降伏し, 体積比率の影響は少ないが, 手法Bでは母材が降伏するまでに大きなひずみが生じ, 体積比率の影響が大きい。図2ではせん断降伏応力比=6.0, せん断弾性係数比=10.0とした。手法Aと比較すると, 手法Bでは介在物の体積比率が増加することで母材が降伏する応力状態が増加する。図3ではせん断降伏応力比=1.0, せん断弾性係数比=0.2とした。弾性域では手法Aが剛性を大きく示すが手法AとBの違いはあまりない。図4ではせん断降伏応力比=1.0, せん断弾性係数比=10.0とした。弾性域では手法Bが剛性を高く示すが, 介在物が降伏することによって複合材料の巨視的な剛性の低下を示し, 手法Aと比較すると母材が降伏するまでは大きなひずみが生じた。

4. 考察およびまとめ

同一の複合材料を解析する場合において、手法Aと手法Bで差異を示す場合があった。これは手法Aでは母材、手法Bでは介在物の物性が巨視的な構成則に支配的な影響を示すためである。そのために介在物の剛性が母材に比べて高く、かつ介在物が先に降伏する場合には手法Aが剛性を、手法Bが延性を高く示す。

5. 参考文献

- 1)Nori,T. and Tanaka,K.:Average stress in matrix and average energy of materials with misfitting inclusions,Act.metall.,Vol.21,pp.571-574,1973
- 2)T.Mura:Micromechanics of defects in solid,Martinus nijhoff publishers,1982
- 3)村外志夫, 森勉: マイクロメカニクス=転位と介在物, 倍風館
- 4)Eshelby,J.D.:The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion,and related problems,Proceedings of the Royal Society,London,Vol.A214,pp.376-396,1957

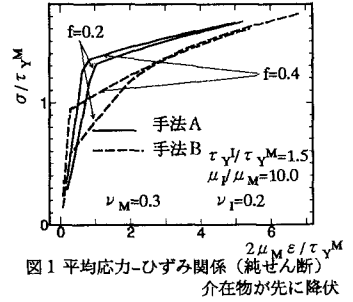


図1 平均応力-ひずみ関係(純せん断) 介在物が先に降伏

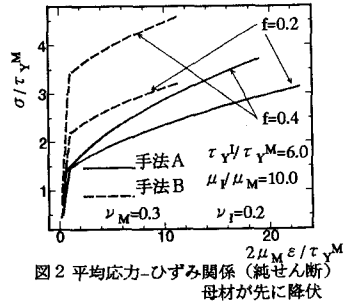


図2 平均応力-ひずみ関係(純せん断) 母材が先に降伏

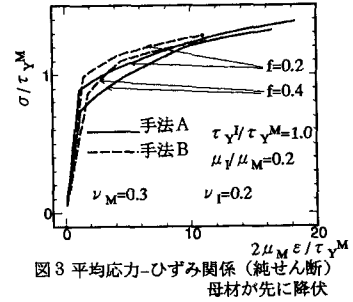


図3 平均応力-ひずみ関係(純せん断) 母材が先に降伏

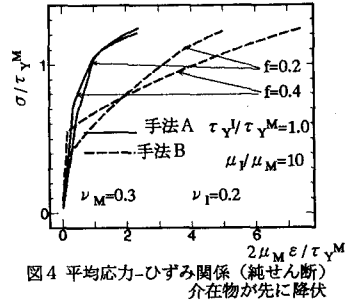


図4 平均応力-ひずみ関係(純せん断) 介在物が先に降伏