

I-403

2次元クラックの動的接触問題

岡山大学大学院 学生員 ○ 小野正博  
 岡山大学工学部 正員 廣瀬壮一

1. はじめに

クラックの動的解析に関しては、多くの研究がなされているが、そのほとんどがクラック面で応力ゼロという仮定の下で行なわれてきた。すなわち、クラックはあらかじめ十分な初期開口変位を持っていて、動的荷重下におけるクラックの接触は発生しないと仮定されていた。現実のクラックを考えると、そのような仮定は必ずしも正しくない。静的釣り合い状態においてクラック面が接触状態にあるクラックは数多く存在するし、たとえ、初期状態で開口しているクラックでも、大きい振幅を持った波動が入射するときはクラック面において動的接触が発生する可能性がある。クラックの動的接触問題は境界型の動的非線形問題、すなわち、非線形移動境界値問題として定式化できる。本研究では、時間域積分方程式を用いて接触条件を考慮した動的な2次元クラック解析を行なう。各時間ステップ毎に境界条件を満足させながら逐次時間ステップを進めていく。

2. クラック面での接触条件

Fig.1 に示すように、均質等方線形無限弾性体  $D$  における直線クラック  $S$  を考える。クラック  $S$  は時刻  $t < 0$  において  $[u_i^0]$  なる初期開口変位を示し、 $t \geq 0$  において角度  $\theta$  を持つ入射波を受けるものとする。動的クラック開口変位を  $[u_i] (= u_i^+ - u_i^-)$ 、表面力を  $t_i$  とすると、クラック面での接触条件は次の様に表わされる。

$$[u_2] \not\prec -[u_2^0], \quad t_2 \not\prec 0, \quad t_1 = \alpha t_2 \quad \text{on } S \tag{1}$$

ここに  $\alpha = -\gamma \text{sgn}([\dot{u}_1])$  であり、 $\gamma$  はクラック面での摩擦係数を表わす。また、 $S_u$  と  $S_t$  をそれぞれクラック面での接触部分と非接触部分とするならば、 $S_u$ 、 $S_t$  における境界条件はそれぞれ次の様に与えられる。

$$[u_2] = -[u_2^0], \quad t_1 = \alpha t_2 \quad \text{on } S_u \tag{2}$$

$$t_1 = t_2 = 0 \quad \text{on } S_t \tag{3}$$

上式より、接触領域  $S_u$  では  $[u_1]$  と  $t_2$  が未知数となり、非接触領域  $S_t$  では  $[u_1]$  並びに  $[u_2]$  が未知数となる。ただし、接触部分  $S_u$  と非接触部分  $S_t$  はあらかじめ確定したのではなく、式(1)の条件が満足されるように時々刻々変化するものである。この意味において動的接触問題は非線形となる。

3. 解析法

上述のように、クラック面での接触条件は非線形となるが、領域  $D$  は常に線形性を保っている。このような問題に対しては、解析法として境界積分方程式を用いるのが有効である。クラック面での境界条件式(2)、(3)を考慮すると、接触部分  $S_u$ 、非接触部分  $S_t$  のそれぞれに対して次の境界積分方程式を得る。

$$c_i t_2(\mathbf{x}, t) - \bar{t}_i(\mathbf{x}, t) = \int_{S_t} W_{ij}(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t) * [u_j(\mathbf{y}, t)] ds_y + p.f. \int_{S_u} W_{i1}(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t) * [u_1(\mathbf{y}, t)] ds_y, \tag{4}$$

$\mathbf{x} \in S_u$

$$-\bar{t}_i(\mathbf{x}, t) = p.f. \int_{S_t} W_{ij}(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t) * [u_j(\mathbf{y}, t)] ds_y + \int_{S_u} W_{i1}(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t) * [u_1(\mathbf{y}, t)] ds_y, \tag{5}$$

$\mathbf{x} \in S_t$

ここに、 $c_1 = \alpha$ ,  $c_2 = 1$  であり、 $f_i$  は入射波に起因するクラック面上での表面力である。 $p.f.$ 、 $*$  はそれぞれ主積分と合成積分を表わす。また、 $W_{ij}(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t)$  は時刻  $t = 0$  で点  $\mathbf{y}$  において  $j$  方向にデルタ関数的に変位の不連続が生じたときの、時刻  $t$  における点  $\mathbf{x}$  での  $i$  方向の表面力を表わす。クラック面を小要素に分割すれば、式(4)、(5)を離散化して数値的に解くことができる。ここでは、数値解法についての詳細は割愛するが、式(1)の第1式を満足しない要素はクラック面が接触していると見なし、式(4)を用い、式(1)の第2式を満足しない要素は非接触部分と見なして式(5)を用いて解析する。以下、全ての要素において式(1)が満足されるまで収束計算を繰り返す。

#### 4. 解析例

Fig.1 に示す中央型クラックに周期  $c_P T/a = 2\pi/3$  ( $c_P$ : P波波速,  $2a$ : クラック長) の調和P波を  $\theta = 0^\circ$  で入射させた結果を Fig.2 ~ 4 に示す。計算に用いたパラメータはポアソン比=0.25,  $c_P \Delta t/a = \sqrt{3}/10$ ,  $\Delta x/a = 0.1$  ( $\Delta x$ : 要素長) である。Fig.2 は接触を考慮しなかった場合の開口変位、Fig.3、4 はそれぞれ接触を考えた場合の開口変位 (Fig.3) と垂直応力 (Fig.4) を示したものである。Fig.3 において変位が0であるとき、つまり接触をおこしているときには Fig.4 では急激に応力が立ち上がっている。また Fig.3 より接触はクラックの外側から起こり、次第に中央側が接触していることがわかる。遠方場における波動特性については当日発表する。

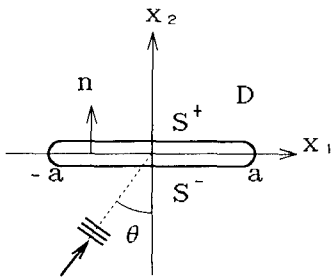


Figure 1: 解析モデル

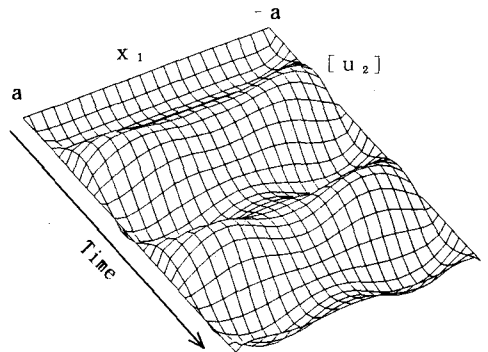


Figure 2: 開口変位の経時変化

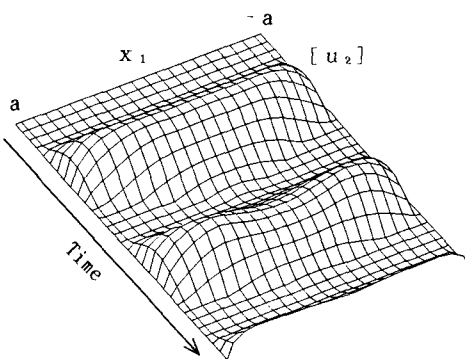


Figure 3: 開口変位の経時変化

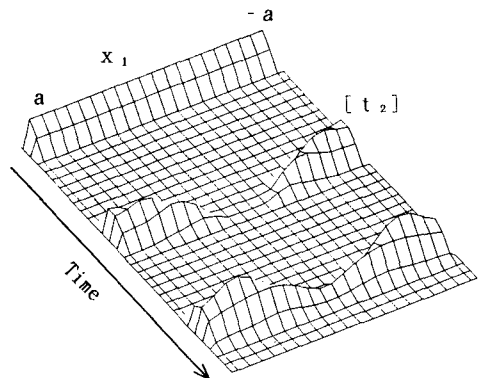


Figure 4: 垂直応力の経時変化