I-401　　異質弾性体の直線境界面上にある亀裂の応力集中解析

岐阜大学工学部　○学生員　加藤喜久
岐阜大学工学部　　正会員　藤井康寿
岐阜大学工学部　　正会員　中川建治

１．まえがき

弾性定数が異なる２つの弾性体が接合されていて、１部分で接合が不完全（亀裂状の空隙）となっているような力学問題は接合面亀裂（インターフェイスクラック）の問題として扱われている。従来報告されている理論解では、亀裂先端部分の応力集中は集積特異点の形状を伴うものであって現実的とは言い難い。Duan, S., Yazaki, H. and Nakagawa, K.[1]は２つの半無限等方性弾性平板の接合面のインターフェイスクラック問題に対して、開口変位を有限項のフーリエ級数で表現しつつ応力関数はフーリエ積分で表現し、さらにクラック先端部分に開口変位と応力が共存する破壊進行領域(Fracture Process Zone)を設定する解析法を提案した。これによって非現実的な集積特異点を消滅し得て、有限で滑らかな応力集中を構成する精度の良い級数解を導き得た。

本研究ではこのような有限な応力集中を求める解析方法を改良して、級数 ではなく 閉じた形の複素応力関数 によって、クラック先端部分に有限で滑らかな応力集中を構成する精度の良い関数解を導き得たのでここに報告する。

２．基本的な関数

複素応力関数一般の形は次の様なものとなるが

$$\nabla^2\nabla^2 F(x, y) = 0 \qquad z = x + iy,\ \bar{z} = x - iy$$

$$F(z) = \bar{z}\phi(z) + \psi(z)$$

$$2G(u + iv) = \kappa\phi(z) - z\overline{\phi'(z)} - \overline{\psi'(z)}$$

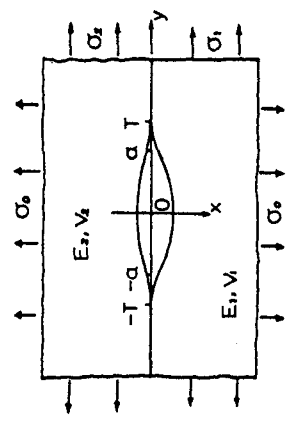
$$\begin{bmatrix} \phi'(z) = z^2 \cdot i \cdot F'(z, a, b) \\ \psi(z) = z \cdot i \cdot F(z, a, b) \end{bmatrix} \quad \text{引張の場合}$$

$$\begin{bmatrix} \phi(z) = z^2 \cdot F(z, a, b) \\ \psi(z) = z \cdot F(z, a, b) \end{bmatrix} \quad \text{せん断の場合}$$

関数 $F(z, a, b)$ は引張の場合について示すと次の様になる。

$$F(z, a, b) = 2(A + iB)\sinh\{(1 + i\alpha)Q(z, a, b)\} + 2(A - iB)\sinh\{(1 - i\alpha)Q(z, a, b)\}$$

但し、$Q(z, a, b)$ は解析関数であるが紙面の都合で省略する。



図－１　解析モデル

３．解析方法

対象とするクラックのモデルは、図－１に示すように材質の異なる２つの半無限弾性板の境界面すなわちｙ軸上の１部分 $|y| \leqq (a + b)$ で接合が不完全で直線状の剥離（いわゆるインターフェイスクラック）を有しているモデルが、引張またはせん断を受ける場合の平面応力問題とする。

境界面に沿うクラックの開口変位は $|y| \leqq (a + b)$ の区間のみに生じている。発表者等の従来の解では、クラック区間内を有限項のフーリエ級数で表現できると仮定して、

応力関数は未定のフーリエ係数を含むフーリエ級数で展開するものである。今回提案するものは級数解ではなく上記の応力関数解である。解析関数Ｆ(z,a,b)はｙ軸上ａ＜｜ｙ｜で±$\pi/2$ の飛躍を構成する関数ｈ（ｚ）を含む。この因子によって、応力度σ_x, σ_y, τ_{xy}がｙ軸上｜ｙ｜≦ａでゼロとなる条件、ｙ軸上ａ＜｜ｙ｜で応力度と変位が連続する条件等が全て満足される。このような手法でインターフェイスクラックの問題を解くのであるが本解析法の特徴はクラックの開口部先端に応力も変位も存在する区間（破壊進行領域）（ａ＜｜ｙ｜≦ａ＋ｂ）を設定すること、そしてこの区間では応力度の連続性以外には応力度や開口変位に対して何ら拘束条件を付けないという点である。

引張の一例を図－２に示す。異質弾性体の上半面のヤング係数が$2.1*10^6$kgf/cm^2、ポアソン比が0.3(鋼材を想定)、もう一方（下半面）のヤング係数が$0.3*10^6$kgf/cm^2、ポアソン比が0.167(コンクリートを想定)、クラック開口長　a=1cm b=0.3cmを採った場合の異質弾性体境界面周辺の応力と変位の関係を示している。

４．まとめ

(1) ｙ軸上の開口部においては応力度σ_x, σ_y, τ_{xy}は完全に 0 に収束して、プロセスゾーン相当の部分では有限で滑らかな応力集中が現れていることが認められる。（図－２の右下は応力度σ_xの応力集中部分の拡大図である。）

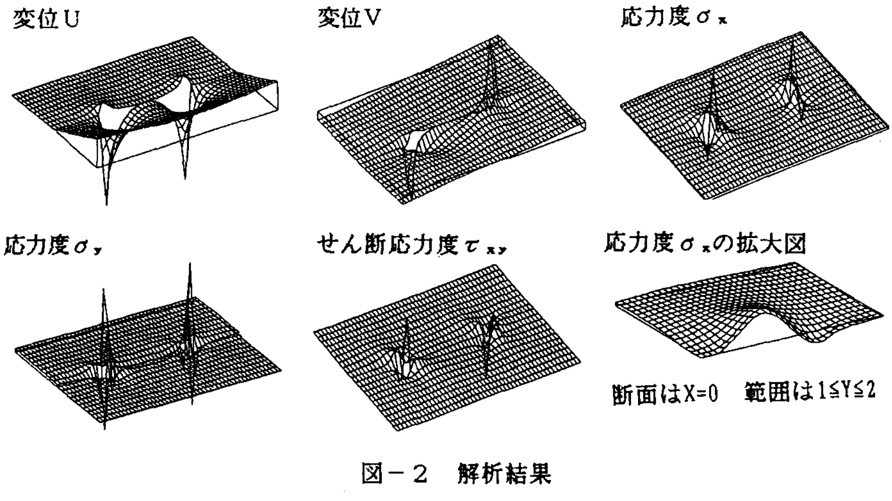
(2) 変位 U,V についても開口部において滑らかな変位が現れている。

(3) 本研究で提案した解析モデルは完全な弾性解でありながらクラック周辺における応力と変位が共存する部分を表現できた。

(4) 応力集中の集積特異点という不都合な問題は解消し得た。しかし発表者等が活用してきた級数による解析法に比べると応力集中にも変位にも１周期相当の不自然な変動が生じている。このような変動成分は消去されるべきものか否かは現段階では断定し得ない。クラック先端部における関数 Q() の微少な変動によって大きく変化するものでさる。もしこの変動成分を消去するとするならば、クラック開口長を変化させた数例の計算結果を最小自乗法的な手段で重ね合わせることによって実現できる。

《参考文献》

1) Duan,S.,Yazaki,H. and Nakagawa,K. :A Crack at the Interface of an Erastic Half Plane and a Rigid Body, Engng Fracture Mech., Vol.32,NO.4,573-580(1989).



図－２　解析結果