

1. はじめに 複合材料等の界面は剥離や損傷などの力学的弱面が形成されやすい部分であり、そのような界面を定量的に非破壊評価することは材料の強度ならびに安全性・余寿命予測において重要な意味を持つ。本研究では、超音波法を用いた界面評価の基礎研究として、入射P波を受ける界面欠陥の動的特性を境界積分方程式を用いて数値解析したものである。特に、界面欠陥による遠方散乱場の振幅と位相を明らかにして、界面特性との関係を論じる。

2. 界面欠陥のモデル化と境界積分方程式 Fig. 1に示すように、無限弾性体中にある円形の弾性インクルージョンによる2次元波動散乱問題を考える。入射波は振幅 $u_0$ 、波数 $k_P$ 、単位進行ベクトル $\mathbf{d}$ を持つ平面調和P波であるとする。この時、入射波の変位 $u^{in}$ は $u^{in}(\mathbf{x}) = u_0 \mathbf{d} \exp(ik_P \mathbf{d} \cdot \mathbf{x})$ と表わされる。本研究ではインクルージョンと周辺の母材は薄層をなす結合材によって界面 $S$ で接合されているものとし、その結合材の力学的挙動を線形バネによって表現した。なお、剥離や層内クラックによる界面欠陥はバネの切断、すなわち、バネ定数を0とおくことによりモデル化を行った。母材側、及び、インクルージョン側の変位と表面力をそれぞれ $\{\mathbf{u}, \mathbf{t}\}$ 、 $\{\bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{t}}\}$ とする時、界面 $S$ での連続条件は

$$-\mathbf{t} = \bar{\mathbf{t}} = \mathbf{s} \cdot (\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}) \quad (1)$$

と表わせる。ここに、 $\mathbf{s}$ はバネ定数からなる剛性マトリックスである。

滑らかな界面 $S$ における変位を母材側、インクルージョン側、それぞれからの極限として積分表現すると、次のようになる。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x})/2 = \mathbf{u}^{in}(\mathbf{x}) + \int_S \mathbf{U}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot \mathbf{t}(\mathbf{y}) dS_y - p.v. \int_S \mathbf{T}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{y}) dS_y \quad \mathbf{x} \in S \quad (2)$$

$$\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x})/2 = \int_S \bar{\mathbf{U}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot \bar{\mathbf{t}}(\mathbf{y}) dS_y - p.v. \int_S \bar{\mathbf{T}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{y}) dS_y \quad \mathbf{x} \in S \quad (3)$$

ここに、 $\mathbf{U}$ 、 $\mathbf{T}$ は2次元動弾性問題の基本解であり[1]、 $\bar{\cdot}$ はインクルージョン側の変数であることを示す。また、 $p.v.$ は主値積分を表わす。式(2)、(3)に界面における連続条件(1)を代入すると、次式を得る。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x})/2 = \mathbf{u}^{in}(\mathbf{x}) + \int_S \mathbf{U}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot \mathbf{s} \cdot \{\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{y}) - \mathbf{u}(\mathbf{y})\} dS_y - p.v. \int_S \mathbf{T}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{y}) dS_y \quad \mathbf{x} \in S \quad (4)$$

$$\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x})/2 = \int_S \bar{\mathbf{U}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot \mathbf{s} \cdot \{\mathbf{u}(\mathbf{y}) - \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{y})\} dS_y - p.v. \int_S \bar{\mathbf{T}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{y}) dS_y \quad \mathbf{x} \in S \quad (5)$$

上式を離散化すると界面上の変位 $\{\mathbf{u}, \bar{\mathbf{u}}\}$ を未知数とする連立一次方程式を構成することができ、界面での動的特性が明らかになる。

3. 遠方散乱場 求められた界面上の変位を散乱波の遠方表現に代入すると遠方散乱場が得られる。散乱波の遠方表現は基本解 $\mathbf{U}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 、 $\mathbf{T}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ において $\mathbf{x} = |\mathbf{x}| - \hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{y}$  ( $|\mathbf{x}| \gg |\mathbf{y}|$ ,  $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}/|\mathbf{x}|$ )なる遠方近似を導入することにより容易に求めることができる[1]。最終的には遠方散乱場 $u^{far}$ は次のように表わせる。

$$u_{\beta}^{far}(\mathbf{x}) = \Omega_{\beta}(\hat{\mathbf{x}}) \sqrt{\frac{2}{\pi k_{\beta} |\mathbf{x}|}} e^{i(k_{\beta} |\mathbf{x}| - \pi/4)}, \quad \mathbf{x} \rightarrow \infty \quad (6)$$

ここに、 $\beta = P, S$ であり、それぞれP波、SV波成分を表わす。また、 $\Omega_{\beta}$ は遠方散乱場の振幅を表わす。

4. 解析例 解析の一例として、無限弾性体中にある半径 $a$ の円筒状の弾性インクルージョンが平面入射P波を受けたときの遠方における後方散乱P波を計算した。ここで、後方散乱波とは、単位進行ベクトル $\mathbf{d}$ なる入射波が入射した時に $-\mathbf{d}$ 方向に散乱されて進行する波、すなわち、入射された方向に戻って行く散乱波を意味する。Fig. 2(a)の挿絵に示すように、界面の下部 $\theta \pm \pm \alpha$ では、バネ結合が切断されて界面クラックを形成しているとし、その他の部分は $a s_N / \mu = a s_T / \mu = 100$  ( $s_N, s_T$ : 法線、接線方向のバネ定数、 $\mu$ : 母材でのせん断弾性係数)なるかなり強力なバネで結合されているものとする。Fig. 2は、 $\alpha = 90^\circ$ 、すなわち、下方半分が

界面クラックになっている場合について、横軸に鉛直下方からの入射角度  $\theta_I$  をとり、縦軸に後方散乱P波の振幅  $|\Omega_P|$  と位相  $\arctan(\Im(\Omega_P)/\Re(\Omega_P))$  を図示したものである。図(a)、(b)はそれぞれ入射波数  $ak_P = 1$  と10に対する結果である。母材とインクルージョンの材料定数はP波の波数比  $k_P/\bar{k}_P = 2$ 、密度比  $\rho/\bar{\rho} = 1$ 、ポアソン比  $\nu = \bar{\nu} = 0.25$  を用いた。また、Fig. 3は界面クラックの範囲  $\alpha$  を  $63^\circ$  とした時の結果である。Fig. 2と同様、図(a)、(b)はそれぞれ入射波数  $ak_P$  が1と10の場合の結果を示す。以上の結果より、高周波、低周波のいずれの入射波に対しても界面での条件が変化する  $\theta_I = \pm 90^\circ, \pm 63^\circ$  近傍において後方散乱P波の振幅が最小値をとり、位相が急変していることがわかる。このことから、遠方での後方散乱場を用いることによって界面欠陥の分布を非破壊評価できる可能性が示された。

参考文献 [1] J. D. Achenbach, A. K. Gautesen and H. McMaken, *Ray Methods for Waves in Elastic Solids*, Pitman, Boston, 1982

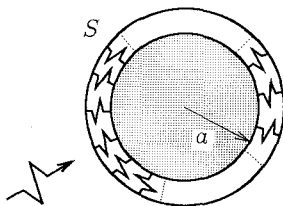


Figure 1: Spring model for an interface crack

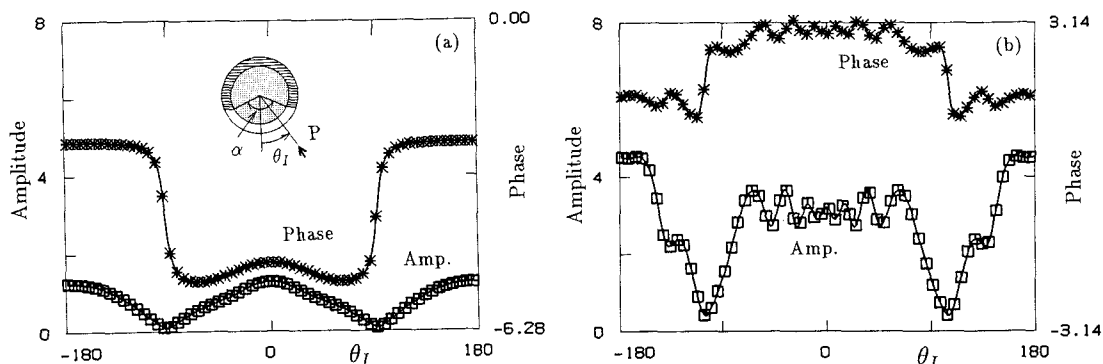


Figure 2: Amplitudes  $|\Omega_P|/u_0$  (—□—) and phases  $\tan^{-1}(\Im(\Omega_P)/\Re(\Omega_P))$  (—×—) of back-scattered far-fields as a function of the incident angle  $\theta_I$ ;  $\alpha = 90^\circ$ . (a)  $ak_P = 1$  and (b)  $ak_P = 10$ .

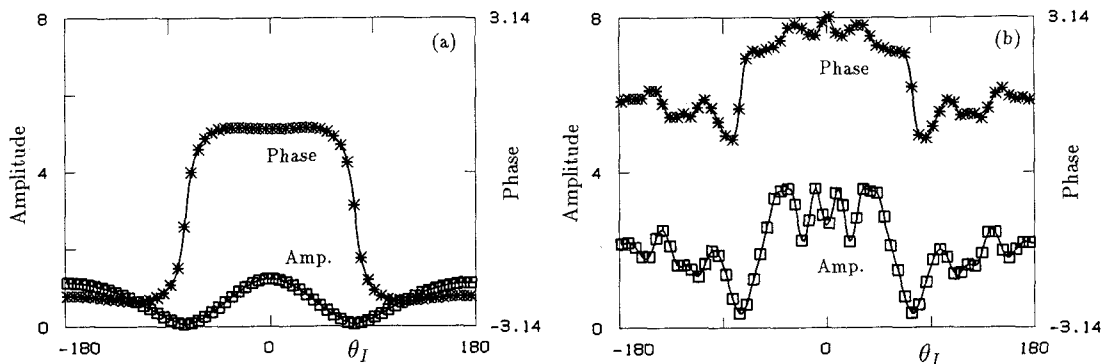


Figure 3: The same as Fig.2, but for  $\alpha = 63^\circ$ . (a)  $ak_P = 1$  and (b)  $ak_P = 10$ .