I-359　履歴を考慮した離散系の弾塑性分岐挙動の解析法

名古屋工業大学　学生員　川西　直樹　　新日本製鐵株式會社　正　員　大鹿　克敏
名古屋工業大学　正　員　後藤　芳顯　　名古屋工業大学　　正　員　小畑　誠

1．まえがき：弾塑性分岐現象の解析手法はHutchinson, Sewell等による摂動法を用いたものが知られているが[1)2)]、解析手続きの複雑さゆえ、その解析例は単純化した問題に限定されている。本報告では、幾何学的非線形問題の定式化が容易であるトラス構造物を例として、多自由度離散化構造を対象とした実用的な非弾性分岐挙動の剛性法による数値解析手法を提示し、これらの手法を用い、静的な繰り返し荷重の作用時における弾塑性トラス構造物の分岐挙動の検討を行った。

2．断面の構成則：トラス部材は一軸部材であり、その断面構成則は軸力Nと軸ひずみεとの関係として与えることができる。この場合、鋼材には残留応力が存在するために、平均応力$\overline{\sigma}=N/A$と軸ひずみεとの関係においては、以下に示すような、Dafalias-Popovの連続体に対するBounding Surface Model[3)]を準用する。

$$d\varepsilon=d\varepsilon_e+d\varepsilon_p\quad,\quad d\varepsilon_e=d\overline{\sigma}/E \tag{1.a.b}$$

除荷に対して、

$$d\varepsilon_p=0 \tag{2}$$

塑性域内での負荷に対して、

$$d\varepsilon_p=d\overline{\sigma}/E_p\ ,\ E_p=E_0+h\,\overline{\delta}/(\overline{\delta}_{in}-\overline{\delta}) \tag{3.a.b}$$

各諸量は図１に表示してある通りである。なお、部材の局部座屈については考慮していない。

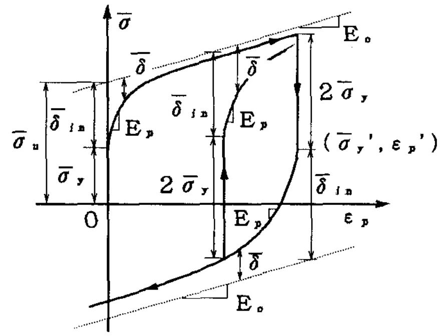

図１　平均応力－塑性ひずみ曲線

3．弾塑性分岐解析：ここでは、実用性を考慮して、接線剛性を用いる範囲での２種類の分岐解析手法を示す。一つは、Hutchinson[1)]が連続体について示した基本概念を接線剛性を用いる範囲で離散系を対象に具体化したものである。今一つは著者らが半剛結の骨組の分岐解析で開発した手法[4)]をより一般化したもので、一部試行錯誤的手続きを踏む。

(1)分岐点の特定：分岐点は解の唯一性の崩れる点である。この条件に対応するHillの条件[5)]を接線剛性方程式を用いて表すと[6)]

$$\Delta\Pi=(\Delta D_i{}^b-\Delta D_i{}^f)\Delta K_{ij}{}^c(\Delta D_j{}^b-\Delta D_j{}^f)+(\Delta D_i{}^b-\Delta D_i{}^f)\{(\Delta K_{ij}{}^c-\Delta K_{ij}{}^f)\Delta D_j{}^f+(\Delta K_{ij}{}^b-K_{ij}{}^c)\Delta D_j{}^b\}=0 \tag{4}$$

となる。ここで、ΔDは変位増分、ΔK_{ij}は接線剛性マトリックスであり、添字f, bは基本経路、分岐経路を表す。また、$\Delta K_{ij}{}^c$は除荷の場合も負荷剛性をとると仮定するcomparison solidsとしての構造システムの接線剛性マトリックスである。分岐解析においては、基本経路上を追跡しながら、この上に存在する式(4)を満足する点を分岐点として特定することになる。

(2)分岐経路の追跡[6)]

a)分岐点で$\Delta K_{ij}{}^c$の固有ベクトルを利用する方法：本解析法は$det|\Delta K_{ij}{}^c|=0$で分岐が生じ、しかも単一分岐である場合に適用される。単一分岐の場合ということで、$\widetilde{D}_i$を単一零固有値に対応する固有ベクトル、Cを任意の定数とすると、分岐ベクトル$\Delta D_i{}^b$は、

$$\Delta D_i{}^b=\Delta D_i{}^f+C\widetilde{D}_i \tag{5}$$

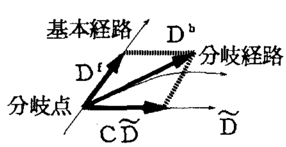

図２．分岐方向の初期ベクトルの求め方

となる。上記の条件を満足する弾塑性分岐の場合、分岐後除荷の生ずる部材では、分岐の瞬間に中立の状態

になり、分岐時に除荷の生ずる部材がない。したがって以下のように定数Ｃを求めることができる。分岐時に中立状態にある部材p, qのひずみをε_e 、部材長をL_e 、方向余弦を$\{l_k\}_{k=1,2}$とすると、ひずみ増分は

$$\Delta\varepsilon_e = l_k\{(\Delta d_k^{fq} - \Delta d_k^{fp}) + C(\tilde{d}_k^{q} - \tilde{d}_k^{p})\}/L_e \qquad (6)$$

となり、さらに中立状態の条件$\Delta\varepsilon_e=0$ からＣは次のように求められる。

$$C = \{-l_k(\Delta d_k^{fq} - \Delta d_k^{fp})\}/\{l_k(\tilde{d}_k^{q} - \tilde{d}_k^{p})\} \qquad (7)$$

このＣを使い分岐方向の増分ベクトルを求め、分岐経路を追跡する。分岐の初期ベクトルの求め方を表したのが図２である。

b)試行錯誤的手法：本手法は極端に自由度の多くない場合に、降伏状態にある部材の分岐後の部材の分岐方向での挙動を仮定し、仮定と計算結果によって求められた挙動が一致すれば仮定が正しいとするものである。この手法は上述した場合の他、$det|K_{ij}^{c}|<0$ の分岐や多重分岐でも対応でき、その意味ではより汎用性がある。

４.数値計算例：解析対象を図３に示す。作用荷重Pは、単調増加させたときの接線係数荷重をP_tとし、この$1/2$ の荷重を設定し、これを規定のサイクル数でP_tに達するようにする。10サイクルの例を図４に示す。この時の荷重-変位曲線を図５に表す。また、サイクル数と分岐経路の最大荷重(P_u)との関係を図６に示す。図５から、分岐経路では分岐後、いったん荷重の上昇がみられる。これは、分岐後除荷する部材が発生し、部材の剛性が上がるためで、弾塑性分岐特有の現象である。３.b)の手法を使用する際には、図３のac 部材に除荷剛性を設定することで解析可能となり、３.a)の初期分岐ベクトルとの等価性も確認済みである[6]。図６より、偶数および奇数サイクルで整理してみると、概ね、サイクル数の増加とともに、最大荷重は単調増加および、単調減少傾向を示し、両者の差は小さくなる。これは、塑性域に入った部材の履歴特性の違いによるもので、2,3サイクルに比べ、18,19サイクルではその差異が小さくなってくる。なお、20サイクルのみ偶数サイクルの傾向からははずれるが、これは、他の偶数サイクルにおいては、規定サイクル数の次のサイクルで分岐を起こしているが、20サイクルの時は19サイクルで分岐し、他の偶数サイクルの部材の履歴特性と異なるためである。また、2サイクルで耐荷力は最小となり、10サイクル以上では2%前後の低下になる。これは塑性域に入った柱部材におけるバウシンガー効果によるためと考えられる。

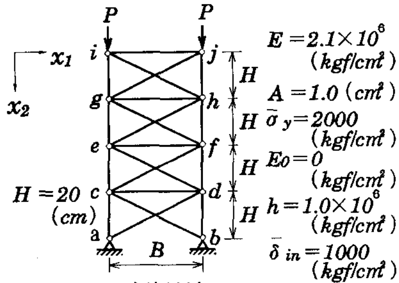

図３．解析対象

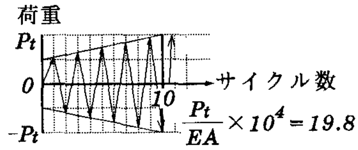

図４．載荷荷重パターン

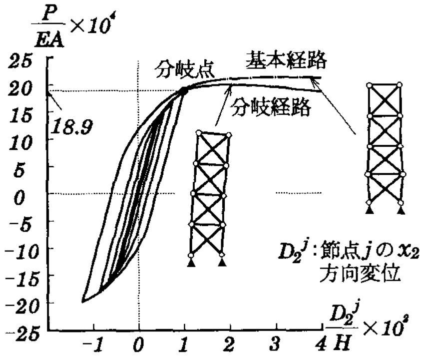

図５．荷重-変位曲線（10サイクル）H/B=1

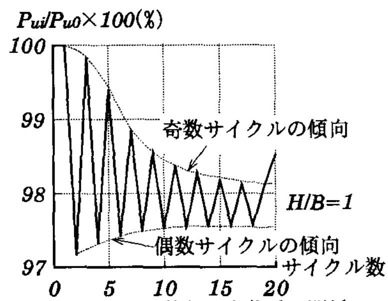

図６．サイクル数と最大荷重の関係
（0サイクルの時のP_uを100% とする）

参考文献：1)Hutchinson, J.W.:J.Mech. Phys.Solids, Vol.21, 1973 2)Sewell, M.J.: J. Mech. Phys. Solids, Vol.13, pp.247-265, 1965 3) Dafalias, Y.F.and Popov, E.P.: J. Appl. Mech., Vol.43, pp.645-651, 1976 4)Goto, Y., Suzuki, S. and Chen W.F.: Int. J. Solids and Structures, Vol.27, No.4, 1991 5)Hill, R.: J. Mech. Phys. Solids, Vol.13, 1965 6)後藤芳顯, 大鹿克敏, 川西直樹, 小畑誠:土木学会論文集, 1992.4