

## I-355 joint要素を含む no-tension 材料の有限要素解析について

○ 金沢大学 学生員 若間広志  
 金沢大学 正員 近田康夫  
 金沢大学 正員 小堀為雄

## 1. はじめに

土木構造物を対象とした有限要素法による構造解析において、不連続面を扱うにはジョイント要素と総称される特殊要素(接合要素)を用いる場合が多い。<sup>1)-2)</sup> このジョイント要素は、基本的にはGoodmannらの提案したジョイント要素あるいはその改良モデルを用いている場合が多い。ジョイント要素が表現する境界面の挙動は、境界面における剥離、滑動現象であるが、数値解析的には応力分配法(応力遷移法)<sup>3)</sup>あるいは初期応力法<sup>4)</sup>と呼ばれる方法によって、剥離あるいは滑動の発生とともに応力の解放を行っている。

一方、地盤の降伏や、コンクリートの破壊などを対象とした弾塑性解析では、ジョイント要素を用いずに、ソリッド要素に非線形構成則を適用することが多いが、応力解放の手法としてここでも応力分配法が適用される場合が多い。ジョイント要素を用いた有限要素解析ではジョイント要素のみが非線形挙動をし、ソリッド要素は線形挙動のみである場合も多いが、ジョイント要素はもちろん、ソリッド要素も非線形挙動を考慮する場合、どちらも応力解放に応力分配法を適用することが多いことからプログラミングを行う上ではこれらを重ね合わせた形のプログラムになる。しかし、ソリッド要素がno-tension材料である場合、応力分配法をジョイント要素、ソリッド要素の両者に同時に適用して応力解放を行うと後述するように不合理な結果を生じる。本報告では、このようなジョイント要素とno-tensionあるいはそれに類似した性質のソリッド要素で表現される系の有限要素解析における応力分配法による応力解放のアルゴリズムに関して若干の考察を行ったものである。

## 2. 応力解放

ジョイント要素あるいは非線形ソリッド要素を用いた有限要素解析では、応力分配法がよく用いられる。計算方法はつぎのようになる<sup>5)</sup>。

- (a) 荷重の増分を与え、それに対応する弾性応力とひずみの増分を計算する。
- (b) 上の(a)において到達した応力状態について  $F(\sigma)$  を計算する。その結果  $F(\sigma) < 0$  であれば変形は弾性を持続し、以後の反復計算を要しない。もし  $F > 0$  であれば、増分区間の出発点における  $F$  の値を用い、(a)で計算した弾性応力とひずみ増分のうち、降伏条件を満足して後に生じた部分の割合  $\{\Delta\sigma'\}_1$  と  $\{\Delta\varepsilon'\}_1$  を、内挿によって求める。この弾性解から得られる  $\{\Delta\varepsilon'\}_1$  に対応するものとして、弾塑性応力増分  $\{\Delta\sigma'\}_2$  を計算する。こうして、ちょうど降伏に達したときの応力に  $\{\Delta\sigma'\}_2$  を加えた応力状態を、(a)の段階で得られた応力と比較し、両者の差すなわち  $\{\Delta\sigma'\}_2 - \{\Delta\sigma'\}_1$  を初期(補正)応力とする。
- (c) 上記応力に対する荷重の残差(residual force)を計算し、新しく弾性増分解を求めるとき、修正した前応力状態が得られる。残差荷重が、ある限界以下であれば、計算はこの(c)の段階で停止する。もし、そうでなければ
- (d) ステップ(b)-(c)の計算を繰り返す。

## 3. ジョイント要素と非線形ソリッド要素の併用

ジョイント要素と非線形ソリッド要素は、それぞれ、単独で使用した場合には上で述べた応力分配法を用いて解析することが多いので、これらを併用した場合にもプログラミング上は両者を単に物性の異なる(異なる構成則に従う)材料として取り扱ってしまう場合がある。しかし、鋼材料とコンクリート材料の組み合わせ等とは異なり、ジョイント要素を単に別の構成則に従う材料として取り扱うと明らかに不合理な結果を得ることがある。以下に例を通じて説明する。

図1に示すように、Tension-cutを伴うMohr-Coulombの降伏条件に従うような引っ張り強度がほとんど無い材料のベース中に異なる材料の水平層があり、これらの境界面にジョイント要素が挿入されている解析モデルを考える。

図1(a)が解析例とする解析モデル、図1(b)はジョイント要素を使用していない場合であり、ソリッド要素が降伏する。図1(c)はジョイント要素を使用している場合である。ここで、ジョイント要素、ソリッド要素で

同時に応力解放を行った場合応力解放の初期の段階でソリッド要素も応力解放を行ってしまうため、ジョイントの開きはほとんど無く不自然な結果となる。もちろんジョイント要素にも引っ張りが生じているので剥離のための応力解放を行うが、ソリッド要素の方も、降伏に対応した応力を解放してしまう。こうして前節で述べた応力解放のための反復計算過程においてジョイント要素、ソリッド要素双方での応力解放が行われ、最終的な結果はジョイント要素を用いずに解析した結果とほとんど同じになってしまう。しかし、この解析で想定しているのはジョイントのみが剥離し、ソリッド要素は降伏していない状態である。

このような結果を得るために、ある荷重段階での反復過程において、まずジョイント要素のみに対して剥離、滑動などの判断を行い、必要な応力解放を行う。その後ソリッド要素に対する降伏の有無を判断させる。すなわち、2段構えの応力解放過程をとるのである。ソリッド要素の応力解放にともなって、新たに剥離あるいは滑動を生ずるジョイント要素もあると考えられるが、反復計算の初期段階と異なり系の変形はほぼ落ちついているので、解放すべき残差力自体があまり大きくなくその影響は小さいと考えられる。

下の表の物性値を用いて、この2段階応力解放を実行したところ、意図した結果が得られた。図2はその主応力分布図である。主応力図は、ソリッド要素を用いない場合とほぼ一致するが、上1/4の要素は、従来の応力解放では降伏しており、ここで提案している2段階応力解放では降伏していない。

#### 4. 結言

応力分配法による応力解放を採用した場合の、ジョイント要素を併用した弾塑性有限要素解析の応力解放アルゴリズムに関して若干の考察を行った。限定した例題に対する検討ではあるが、応力解放アルゴリズムとして一般化している応力分配法がそのままでは適用できない場合があることを指摘し、その対処方法の一つを提案した。

#### 参考文献

- Goodman, R.E., R.L.Taylor and T.L.Brekke: "A model for mechanics of jointed rock", Proc.of ASCE, vol.94, SM3, pp.637-659, 1968.
- Mahtab, M.A. and R.E.Goodman: "Three dimensional finite element analysis of jointed rock slopes", Proc.2nd Cong. ISRM, BELGRADE, Vol.3 paper 712, pp.353-360, 1970.
- Zienkiewicz, O.C., S.Valiappan and I.P.King: "Stress analysis of rock as a 'no tension' material", Geotechnique, Vol.18, pp.56-66, 1968
- Zienkiewicz, O.C., Valiappan, S. and King, I.P.: "Elast-plastic solutions of engineering problems'initial stress', finite element approach", Int.Jour. for Numerical Methods in Engineering, Vol.1 pp.75-100, 1969.
- Zienkiewicz, O.C. 著, 吉識雅夫, 山田嘉昭監訳: "基礎工学におけるマトリックス有限要素法", 培風館, p.383, 1975

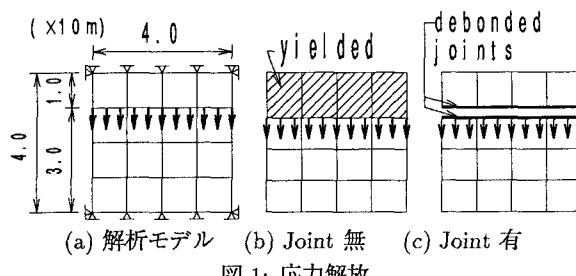


図1: 応力解放

#### 解析例で用いた物性値

Parameter	Solid	Joint
E(MPa)	$2.94 \times 10^5$	—
$\nu(-)$	0.3	—
C(MPa)	6.070	—
$\phi(\text{deg.})$	51.07	—
$k_\eta(\text{MPa}/\text{m})$	—	$1.47 \times 10^5$
$k_\xi(\text{MPa}/\text{m})$	—	$7.35 \times 10^4$
$C_j(\text{MPa}/\text{m})$	—	0.0
$\phi_j(\text{deg.})$	—	30.0
loading	$10.0(\text{MPa})$	

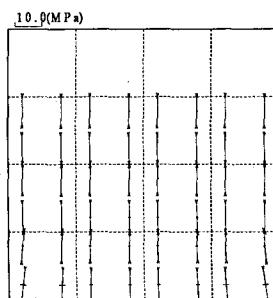


図2: 主応力分布図