

(株) オリエンタルコンサルタンツ 土山 博史
宮崎大学工学部 原田 隆典

1. はじめに 長大橋や地中埋設管などの大規模化し、広範囲に分布している構造物の耐震解析では、構造物周辺地盤の各点における地震加速度や変位分布が必要となる。そこで、このような時間-空間的に変動する地震動のモデル化として、振動数-波数スペクトルに基づくスペクトル表記法の有用性を示すために、地表面が不整形である3次元地盤の振動数-波数スペクトルの解析解に基づいた地震動の数値シミュレーション例について報告する。

2. 地震動のスペクトル表記法 [1] 平均値が零で、自己相関関数 $R_{u_0 u_0}(\xi, \tau)$ を有する確率波 $u_0(x, y, t) = u_0(x, t)$ では、自己相関関数と振動数-波数スペクトルの間に Wiener-Khinchine の関係が成立する。

$$S_{u_0 u_0}(\kappa, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int R_{u_0 u_0}(\xi, \tau) e^{-i(\kappa \cdot \xi - \omega\tau)} d\xi d\tau \quad (1)$$

$$R_{u_0 u_0}(\xi, \tau) = \int S_{u_0 u_0}(\kappa, \omega) e^{i(\kappa \cdot \xi - \omega\tau)} d\kappa d\omega$$

ここに、 $\kappa = (\kappa_x, \kappa_y)^T$ は波数ベクトルであり、 $\kappa \cdot \xi$ は波数ベクトルと2点間距離ベクトル $\xi = (\xi_x, \xi_y)^T$ の内積を意味する。自己相関関数および振動数-波数スペクトルは原点に対して対称であるため、振動数-波数ベクトルの値が十分小さくて無視できるような振動数と波数の上限値を $\kappa_{xu}, \kappa_{yu}, \omega_u$ とすると次のような級数和によって表現される確率波 $u(x, y, t)$ は、分割数 N_x, N_y, N_ω が、十分大きくなると $u_0(x, y, t)$ に収束する。

$$u(x, y, t) = \sqrt{2} \sum_{I_1=\pm 1} \sum_{I_2=\pm 1} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \sum_{k=1}^{N_\omega} [\sqrt{2S_{uu}(I_1 \kappa_{xi}, I_2 \kappa_{yj}, \omega_k)} \Delta \kappa_x \Delta \kappa_y \Delta \omega \cos(I_1 \kappa_{xi} x + I_2 \kappa_{yj} y + \omega_k t + \phi_{ijk}^{I_1, I_2})] \quad (2)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \Delta \kappa_x &= \frac{\kappa_{xu}}{N_x - 1}, & \Delta \kappa_y &= \frac{\kappa_{yu}}{N_y - 1}, & \Delta \omega &= \frac{\omega_u}{N_\omega - 1} \\ \kappa_{xi} &= (i - 1) \Delta \kappa_x, & \kappa_{yj} &= (j - 1) \Delta \kappa_y, & \omega_k &= (k - 1) \Delta \omega \\ [i &= 1 \sim N_x, & j &= 1 \sim N_y, & k &= 1 \sim N_\omega] \end{aligned} \right\}$$

ただし、 $\phi_{ijk}^{I_1, I_2}$ は互いに独立で $0 \sim 2\pi$ の間で一様分布するランダム位相角を表す。

図1に示すような剛体基盤を有する表層地盤の地表面高さが不規則に変動するような地盤の地表面変位波形 $u(x, y, t)$ の振動数-波数スペクトルは次式のように解析的に求めることができる [1]。

$$S_{uu}(\kappa_x, \kappa_y, \omega) = \left[\left| A \left(\frac{\kappa_x}{\kappa} \right)^2 + C \left(\frac{\kappa_y}{\kappa} \right)^2 \right|^2 \delta(\kappa_x - \kappa_x^0, \kappa_y - \kappa_y^0) + \left| B \left(\frac{\kappa_x}{\kappa} \right)^2 + D \left(\frac{\kappa_y}{\kappa} \right)^2 \right|^2 S_{ff}(\kappa_x - \kappa_x^0, \kappa_y - \kappa_y^0) \right] S_{u_g u_g}(\omega) \quad (3)$$

ここに、

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\cos \frac{C_p}{C_s} \nu H}, & C &= \frac{1}{\cos \gamma H} \\ B &= \frac{\frac{C_p}{C_s} \nu_0 \sin \frac{C_p}{C_s} \nu H}{\cos \frac{C_p}{C_s} \nu H \cos \frac{C_p}{C_s} \nu_0 H} \left(\frac{\kappa \kappa_0 - \kappa_0^2}{\nu \nu_0} - \frac{\nu_0}{\nu} \right) \\ D &= \frac{\gamma_0 \sin \gamma H}{\cos \gamma H \cos \gamma_0 H} \left(\frac{\kappa \kappa_0 - \kappa_0^2}{\gamma \gamma_0} - \frac{\gamma_0}{\gamma} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

式(4)において、

$$\kappa_x^0 = \frac{\omega \cos \theta}{c}, \quad \kappa_y^0 = \frac{\omega \sin \theta}{c}, \quad \nu = \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_p} \right)^2 - \kappa^2}, \quad \gamma = \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_s} \right)^2 - \kappa^2}, \quad \text{Im} \nu \geq 0, \quad \text{Im} \gamma \geq 0 \quad (5)$$

式(3)~(5)で与えられる振動数-波数スペクトルは基盤における地震動変位のパワースペクトル $S_{u_g u_g}(\omega)$ とその伝播速度 c と伝播方向 θ および表層地盤のP波S波速度 C_p, C_s 、材料減衰定数 $D_p = D_s$ 、さらに、表層地盤の平均値深さ H と地表面の高さの不規則変動 $f(x, y)$ の波数スペクトル $S_{ff}(\kappa_x, \kappa_y)$ の関数として表されている。

3. 数値計算例 図1に示す不整形地盤の地表面変位 $u(x, y, t)$ およびその振動数-波数スペクトルの形状を示す。図2は地表面高さの不規則変動の波数スペクトル $S_{ff}(\kappa_x, \kappa_y)$ の例である。このようなスペクトル特性を持つ場合の $S(\kappa_x, \kappa_y, \omega)$ を図3に示す。この数値計算例では、表層地盤の伝達特性のみを見るために、基盤での地震動変位のスペクトル $S_{u_g u_g}(\omega)$ は1としている。また地震波の伝達速度と方向は $c = 523.27 \text{ m/s}, \theta = 45^\circ$ と仮定している。さらに地盤定数は、 $C_p = 573.0 \text{ m/s}, C_s = 191.0 \text{ m/s}, H = 100 \text{ m}, D_p = D_s = 0.3$ を用いた。

図3より、振動数の低い領域では1つのピークが卓越しているが、高い振動数領域では、不整形地盤で散乱した波動の影響が現れてきて、波数平面全体にパワーが分散していることなどを読み取ることができる。このような振動数-波数スペクトルを持つ確率波 $u(x, y, t)$ を式(2)を用いて計算すると図4のようになる。この計算では、

$$N_x = N_y = N_\omega = 18 \quad \omega_u = 6.0 \text{ rad/sec} \quad \kappa_u = \omega_u / c = 0.01147 \text{ rad/m}$$

$$\kappa_{xu} = \kappa_u \cos \theta, \quad \kappa_{yu} = \kappa_u \sin \theta$$

を用いた。図4では $t = 0.0 \text{ sec}$ と $t = 2.0 \text{ sec}$ のときの地表面変位波形 $u(x, y, t)$ を示しているが、 45° 方向に伝播速度 $c = 523.27 \text{ m/s}$ で伝播する平面波に散乱波が重なりあった特性の波形が現れている。このような波形の特徴は現実の地震動の特徴ともよく一致しているものと思われる。

4. まとめ 本報告では、不整形地表面の地震動の振動数-波数スペクトルの解析解をせつ動法を用いて導いたが、Aki-Laner法などによる数値積分による方法によっても振動数-波数スペクトルがかなり厳密に求められるので、振動数-波数領域で地震動を定式化する方法は、波動理論と確率過程理論を組み合わせることで波動場の物理特性を検討するのに有用な方法と思われる。

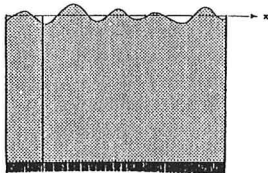


Fig.1 Single soil layer with irregular free-surface resting on rigid bedrock

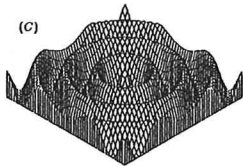
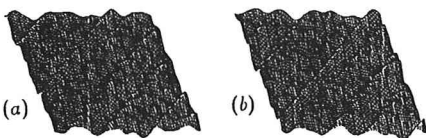
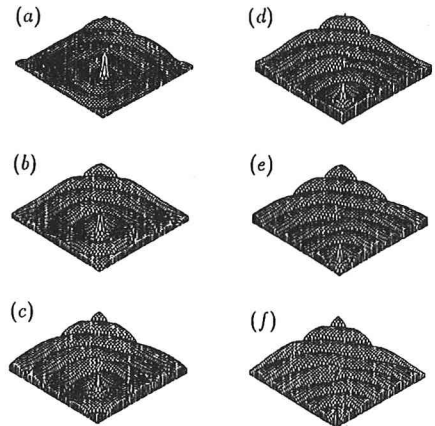


Fig.2 Wave number spectrum of irregularity of free-surface used in numerical examples



(a) $t = 0 \text{ sec}$ ($Max = 7.1803$) (b) $t = 2$ (7.1314)

Fig.4 Simulated stochastic wave at 2 time instants



(a) $\omega = 1 \text{ rad/sec}$ ($Max = 3602$) (b) $\omega = 2$ (3901.6)
(c) $\omega = 3$ (4198) (d) $\omega = 4$ (2862) (e) $\omega = 5$ (1763)
(f) $\omega = 6$ (1264.6)

Fig.3 Frequency wave number spectra at 6 different frequencies

1. Shinozuka, M., Deodatis, G., and Harada, T. Digital Simulation of Seismic Ground Motion. Stochastic Approaches in Earthquake Engineering, edited by Lin, Y.K. et al., Springer-Verlag, pp. 252-298, 1987.