

I-246

ケーブルの線形・非線形内部共振に着目した斜張橋の動特性と対風応答

東京大学大学院 学生員 増川 淳二  
 東京大学 正会員 藤野 陽三  
 東京大学大学院 学生員 Thumanoon Susumpow

1 はじめに

斜張橋の振動モードは物理的には、ケーブルが単なる伸び材として働き、桁、タワー、ケーブル全体が振動する全体振動モードと、実質的にはケーブルのみが振動する局部ケーブル振動とに分けられる。近年、斜張橋は長大化によりマルチケーブル化が進み、その長さも広範囲にわたるようになった。そのために、局部ケーブル振動と全体振動の固有振動数が近づき、内部共振を起こす可能性が出てきた。内部共振の重要なものとして、線形内部共振とオートパラメトリック励振(非線形内部共振)が挙げられ、前者は全体振動と局部ケーブル振動の固有振動数比が1:1の時に、後者は2:1の時に起こる。特に後者は、一旦それが起こると、ケーブルが大振幅の振動を起こすので注意が必要である<sup>1)</sup>。しかし、これまでケーブルと桁・タワー間での内部共振という見方から、斜張橋の動特性を検討している例はない。そこで、本論文では、現在建設中で世界最長の斜張橋となる多々羅大橋を例題に選び、全体振動と局部ケーブル振動の双方を考慮した斜張橋の動的モデルを適用し、特にケーブル振動に着目して、その動特性と内部共振の出現可能性を検討した。

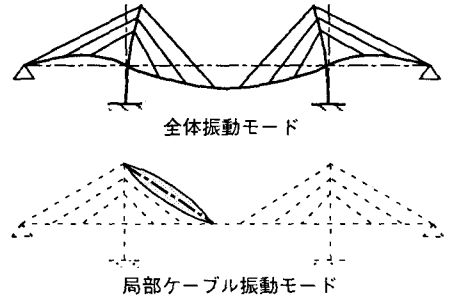


図1 全体・局部ケーブル振動モード

2 斜張橋の動的モデル

本論文では、全体振動モードと局部ケーブル振動モードを一般化座標にとり、運動エネルギーとひずみエネルギーを求め、ラグランジュの方程式を適用することにより定式化した連成運動方程式を用いて解析した。このとき、ケーブルのサグも考慮した。全体振動モードは、ケーブルを単なる伸び材として扱った3次元FEM解析結果を用い、局部ケーブル振動モードは、解析解(サイン波)を用いた。定式化された連成運動方程式を次に示す。ただし、 $q$ (全体振動)、 $y, z$ (ケーブル面外・面内)は一般化変位、 $M, m_y, m_z$ は一般化質量、 $\omega_k, \omega_y, \omega_z$ は固有振動数、右辺は一般化外力を表わし、その他は $k, j, n$ によって決まる定数(参考文献[2]参照)を表わす。

$k$ 次の全体振動モードの連成運動方程式:

$$M_k(\ddot{q}_k + 2\xi_k \omega_k \dot{q}_k + \omega_k^2 q_k) + \sum_j \sum_n (\zeta_{kn} \ddot{y}_n + \alpha_{kn} \ddot{z}_n)_{(j)} + \sum_j \sum_n (\eta_{kn} (y_n^2 + z_n^2)_{(j)}) = Q_k$$

$j$ 番目のケーブルの $n$ 次の面外振動モードの連成運動方程式:

$$\{m_{yn}(\ddot{y}_n + 2\xi_{yn} \omega_{yn} \dot{y}_n + \omega_{yn}^2 y_n) + \sum_k v_{nk} y_n (y_k^2 + z_k^2) + \sum_k 2\beta_{nk} y_n z_k + \sum_r \zeta_{rn} \ddot{q}_r + \sum_r 2\eta_{rn} q_r y_n = F_{yn}\}_{(j)}$$

$j$ 番目のケーブルの $n$ 次の面内振動モードの連成運動方程式:

$$\{m_{zn}(\ddot{z}_n + 2\xi_{zn} \omega_{zn} \dot{z}_n + \omega_{zn}^2 z_n) + \sum_k v_{nk} z_n (y_k^2 + z_k^2) + \sum_k 2\beta_{nk} z_n z_k + \sum_k \beta_{kn} (y_k^2 + z_k^2) + \sum_r \alpha_{rn} \ddot{q}_r + \sum_r 2\eta_{rn} q_r z_n = F_{zn}\}_{(j)}$$

3 多々羅大橋における内部共振解析結果

3-1 多々羅大橋における内部共振の可能性

ケーブルの固有振動数を計算し、代表的な全体振動の固有振動数と比較したのが図3-1である。風による全体振動の中で重要なものは、面内曲げ対称1次モードとねじれ対称1次モードと考えられるが、面内曲げ対称1次モードは固有振動数が低くケーブルと内部共振は起こさないが、ねじれ対称1次モードは多数のケーブルと線形内部共振を起こし、最も固有振動数が低いケーブルとはオートパラメトリック励振を起こす可能性があることがわかる。そこで、ねじれ対称1次全体振動モードにおける線形内部共振とオートパラメトリック励振について調べた。

3-2 線形内部共振

線形内部共振では、多数のケーブルが全体振動と同調して振動することが考えられる。その結果、ケーブル1本1本が同調質量ダンパー(TMD)の働きをして、それが多数個集まることにより、マルチプルTMD(MTMD)<sup>3)</sup>として全体振動に制振効果をもたらす可能性がある。この制振効果を、全体振動に近い固有振動数をもつケーブル

を数十本考慮して、それらの線形化した連成運動方程式を複素固有値解析することで求まるモード減衰と、構造物が元から有している減衰との差で評価した。風によるケーブルの空力減衰を準定常的に扱い、それを考慮した。結果は表3-2のようになり、ケーブルに制振装置を付け、その減衰がある程度高いときには、減衰が約1.5倍になり制振効果が期待できることがわかった。

3-3 オートパラメトリック励振

オートパラメトリック励振では、その出現可能性が桁の振幅レベルやケーブルの減衰に大きく左右される。ここで、ここではケーブル1本のみに着目し、連成運動方程式をRunge - Kutta 法で時間積分して時刻歴応答を求めることにより、その出現可能性とケーブル振幅を検討した。ケーブルにダンパーを付けていない状態では、桁の振幅レベルとケーブル振動の振幅は図3のようになった。ただし、外力は調和外力で、桁の振幅レベルは局部ケーブル振動が起きていない時のものとしている。この図から、オートパラメトリック励振は外力レベルが一定レベルに達すると突然起こり、振幅が急激に増加することがわかる。また、風速が上がると空力減衰によりケーブルの減衰が大きくなるため、オートパラメトリック励振が急激に起こりにくくなっている。本四公団による風洞実験結果によると、例えば風速が20 m/sでの桁のねじれガスト応答は0.1°程度であるが、オートパラメトリック励振が起こるには1°程度のねじれが必要であるので、風によってこの現象が起こる可能性はほとんどないと思われる。ランダム加振のもとでのケーブルのオートパラメトリック励振の可能性は現在検討中である。最後に、多々羅大橋の諸元、全体振動モードの提供等について、大変お世話になり貴重な御助言を頂いた本四公団の奥川氏と（株）長足の森園氏に深く謝意を表わします。

参考文献

- [1] 藤野 陽三, Pennung Warnitchai, Benito M. Pacheco ; ケーブル・はりモデルを用いた斜張橋の内部共振に関する実験と解析, 土木学会論文集 No.432/I-16, pp.109-118, 1991.7
- [2] Pennung Warnitchai, 藤野 陽三, Thumanon Susumpow ; A NONLINEAR DYNAMICAL MODEL OF CABLE AND ITS APPLICATION TO A CABLE-STRUCTURE SYSTEM, The Journal of Sound and Vibration (投稿中)
- [3] 藤野 陽三, 孫 利民, 山口 宏樹 ; マルチプルTMD・TLDの特性の把握, 構造工学論文集 Vol.38A(1991年)

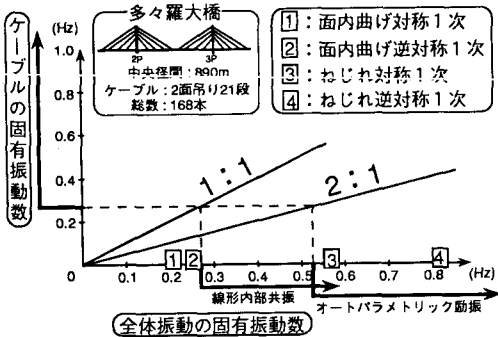


図2 全体振動と局部振動の内部共振の可能性

表1 各風速時におけるMTMD効果

風速 (m/s)	MTMD効果 ( $\delta c = 0.01$ )	MTMD効果 ( $\delta c = 0.05$ )
10	0.0009	0.0063
20	0.0027	0.0081
30	0.0046	0.0100
40	0.0064	0.0117
50	0.0084	0.0135
60	0.0046	0.0100
70	0.0055	0.0108

注：減衰はすべて対数減衰率で表わしてある。 $\delta c$ はケーブルの減衰を表わし、ケーブルが元から有している減衰は $\delta c = 0.01$ とし、制振用のダンパーを付けていると想定した場合は $\delta c = 0.05$ とした。全体振動では、構造物が元から有している減衰は0.02とした。

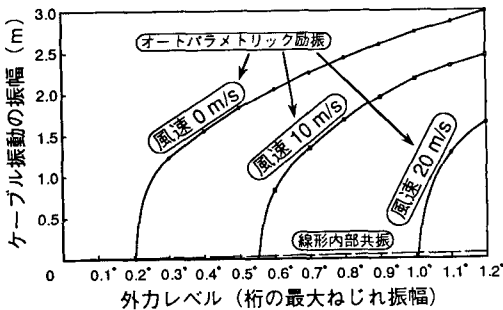


図3 外力レベルとケーブル振幅の関係