

I-215 周期的なせん断力を受ける板の弾塑性有限変位応答解析

(株)ニュージェック 正会員 白 星保  
 関西大学工学部 正会員 米澤 博  
 関西大学工学部 正会員 堂垣正博

1. まえがき 長方形板が周期的に変化する面内力を受けると、その振幅が静的座屈荷重よりかなり小さな値であっても励振振動数の値によっては板は曲げ振動し、不安定な状態に陥る。この現象は係数励振振動あるいは動座屈として知られている。筆者は周期的なせん断力を受ける長方形板を対象に、幾何学的非線形性を考慮した弾性有限変位解析を行い、その係数励振振動を明らかにした<sup>1)</sup>。しかし係数励振振動によって振幅が大きくなると、板の一部が降伏するため、塑性の影響を考慮した弾塑性解析を行う必要がある。ここでは初期たわみを有し、周期的に変化するせん断力が作用する長方形板を対象に、幾何学的および材料的非線形性を考慮した動的応答解析を行い、その係数励振振動を明らかにする。数値解析に差分法とNewmarkのβ法を用い、多元連立代数方程式を修正Newton-Raphson法で解く。

2. 板の動的応答解析の基礎式 Fig.1に示すような周辺単純支持され、初期たわみ  $[w_0 = w_{0max} \sin(\pi x/a) \sin(\pi y/b)]$  を有する長方形板(長さa, 幅b, 板厚h)を対象に、周期的に変化するy方向の変位  $v = \mp(v_0 + v_1 \sin \theta t)$   $[v_0, v_1$  はそれぞれ静的な変位と周期的な変位の振幅,  $\theta$  は励振振動数] がその端辺に生じる場合の非線形動的応答を明らかにする。ただし、減衰作用は無視する。

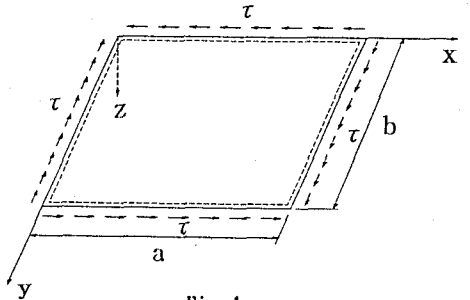


Fig.1

(1) 運動方程式: 初期たわみを有する薄板が周期的な面内力を受けて係数励振振動する場合、弾塑性有限変位場の平板の運動方程式は静的弾塑性有限変位場の非線形つり合い式に慣性項を加味することによって得られる。すなわちx, yおよびz方向の運動方程式は

$$N_x^e, x + N_{xy}^e, y - N_x^p, x - N_{xy}^p, y = \rho hu,_{tt} \dots\dots\dots (1)$$

$$N_{xy}^e, x + N_y^e, y - N_{xy}^p, x - N_y^p, y = \rho hv,_{tt} \dots\dots\dots (2)$$

$$M_x^e, xx + 2M_{xy}^e, xy + M_y^e, yy + N_x^e \bar{w},_{xx} + 2N_{xy}^e \bar{w},_{xy} + N_y^e \bar{w},_{yy} - M_x^p, xx - 2M_{xy}^p, xy - M_y^p, yy - N_x^p \bar{w},_{xx} - 2N_{xy}^p \bar{w},_{xy} - N_y^p \bar{w},_{yy} + \rho hu,_{tt} \bar{w},_x + \rho hv,_{tt} \bar{w},_y = \rho hw,_{tt} \dots\dots\dots (3)$$

となる。ここにu, vはそれぞれxおよびy方向の変位、 $\bar{w}$ は初期たわみ $w_0$ と荷重による付加たわみwの和、 $\rho$ は板の密度である。 $N_x, N_y$ はx, y方向の膜力、 $N_{xy}$ は膜せん断力、 $M_x, M_y$ はそれぞれy, x軸まわりの曲げモーメント、 $M_{xy}$ はねじりモーメントである。上添字eとpはそれぞれ板の一部が降伏し弾塑性状態にあっても板の全断面が弾性のままであると仮定して求められる断面力と、板の断面内の塑性化を考慮し弾性断面力を低減するための仮想断面力を示す。仮想断面力は、弾性断面力から求められるvon Misesの等価応力が降伏点応力を超える場合、その超過応力を板厚方向に数値積分して求められる。また、コンマに続く下添字はそれに関する偏微分を表す。

(2) 境界条件: 周辺単純支持された板のx=0およびa辺で周期的に変化するy方向変位vが生じ、板はx方向に変位拘束されているものとするれば

$$u = 0 \dots\dots\dots (4)$$

$$v = \mp(v_0 + v_1 \sin \theta t) \dots\dots\dots (5)$$

また、 $y=0$ および $b$ 辺では $x$ 方向に変位せず、辺に垂直な方向の膜力 $N_y$ が生じないものとすれば

$$u = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\nu \{u_{,x} + (\bar{w}_{,x^2} - w_{0,x^2})/2\} + \nu_{,y} + (\bar{w}_{,y^2} - w_{0,y^2})/2 = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $\nu$ はポアソン比である。

3. 数値解析法 幾何学および材料的非線形性を考慮した板の運動方程式(1)~(3)を境界条件式(4)~(7)のもとに解くことになるが、その厳密解を求めることは極めて困難である。ここでは差分法とNewmarkの $\beta$ 法( $\beta=1/4$ )を用い、近似的に解くことにする。任意の時刻 $t$ に対して得られた多元連立の非線形代数方程式を修正Newton-Raphson法で解く。なお諸式を無次元化し、解析結果が広範な板に適用可能なようにした。

4. 数値解析結果 周期的なせん断力が作用する長方形板の動的応答をシミュレーション解析によって明らかにする。十分な精度の解を得るため、差分分割数と静的耐荷力の関係を調べたところ、板をそれぞれ $x$ および $y$ 方向に16分割すれば精度のよい解の得られることが分かった。なお、直接時間積分に必要な微小時間間隔 $\Delta t$ を励振力の周期の1/12、降伏点応力 $\sigma_p = 2400 \text{ kgf/cm}^2$ 、ヤング率 $E = 2.1 \times 10^8 \text{ kgf/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ とした。なお、係数励振振動には、単一の固有振動モードに対応した単純共振と異なった2つの固有振動モードの結合に対応する結合共振がある。ここではせん断力を受ける長方形板の弾性座屈の変形モードを勘案し、 $x$ および $y$ 方向にそれぞれ半波および一波の異なった固有振動モードの結合からなる共振現象を明らかにする。

まず始めに、弾性および弾塑性の有限変位理論を適用し、理論の相違による応答の違いを明らかにする。幅厚比 $b/h=100$ 、初期たわみ $w_{0\max}/h=0.1$ の正方形板に周期的な強制変位  $V_1 = 0.25$  (静的耐荷力の約0.5倍に相当する)が作用し、励振円振動数と固有円振動数の比が $\theta/\omega = 0.98$ の場合の両理論による板中央のたわみの応答曲線を示すと、Fig. 2が得られる。ただし、縦軸と横軸はそれぞれ板厚で無次元化された板中央のたわみと周辺単純支持された正方形板の基本固有振動周期で無次元化された時間を示す。図中の●印は初期降伏を表す。また $\omega = \omega_{11} + \omega_{22}$ で、 $\omega_{11}$ と $\omega_{22}$ は1次および3次の固有円振動数である。図から明らかなように、弾性有限変位理論による応答曲線にはうなりが生じている。一方、弾塑性有限変位理論によるたわみの応答曲線によれば、時刻の経過とともに板中央のたわみが急激に増加し、板は発散振動するようになるが、ある時刻になるとたわみの振幅がほぼ一定となり、定常的な振動を呈するようになる。

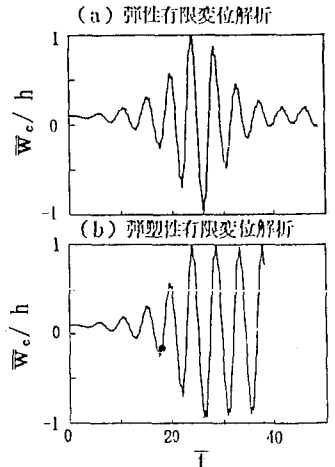


Fig. 2

次に、板の幅厚比や静的荷重の大きさが動的応答に及ぼす影響を調べた。周期的なせん断力の振動数を種々変化させ、それぞれの応答時の最大および最小の振幅を求めた。励振振動数と最大および最小の振幅の関係はFig. 3のようになる。図から明らかなように、いずれの場合も $\theta/\omega = 1$ の近傍でたわみが急増する。また、幅厚比や静的荷重によって不安定領域が変化し、かつ共振点がずれるようになる。

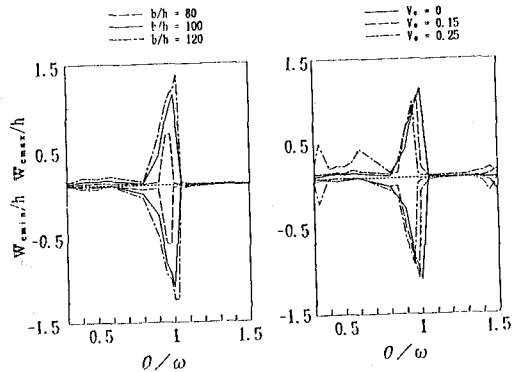


Fig. 3

その他の結果については講演会当日述べる。

参考文献 1)米澤・堂垣・白：周期的なせん断力を受ける板の大たわみを考慮した動的弾性応答解析，平成4年度土木学会関西支部年次学術講演会講演概要，1-52，1992-5。