

I-209

三次元全/半無限弾性体の衝撃载荷による遷移応答

○ 岡山大学大学院 学生員 日下部 和宏
岡山大学工学部 正会員 竹宮 宏和

1 まえがき

本研究は、半無限一様弾性体が表面分布衝撃力を受けた場合の遷移応答を求めるために積分変換法から開発したものである。同解は地盤と構造物の動的相互作用を直接に時間領域BEM解析する上で、半無限解として使用される。特に、局所非線形性を導入した場合の解析に有効となる。

2 定式化と解法

Heaviside関数で与えられる時間関数の衝撃力に対する弾性体の応答解析手法は、時間に関してLaplace(L)-変換(̂), 空間に関してHankel(H)-変換(̂)を施して、L-H領域解を求める。θ方向にはフーリエ級数展開を仮定する。

表面分布衝撃力

T-S領域⇔L-H領域による波数領域表現

$$\text{鉛直力 } i_z = \sigma_{zz}(r, \theta, t) = \begin{cases} 1 \cdot \cos n\theta H(t) & (r \leq a) \\ 0 & (r > a) \end{cases} \Leftrightarrow \hat{i}_z(\xi, p) = \frac{a \cdot J_0(\xi a)}{\xi} \cdot \frac{1}{p} \quad (1-a)$$

$$\text{水平力 } i_r = \tau_{rz}(r, \theta, t) = \begin{cases} r \cdot \cos \theta H(t) & (r \leq a) \\ 0 & (r > a) \end{cases} \Leftrightarrow \hat{i}_r(\xi, p) = \frac{a^2 \cdot J_1(\xi a)}{\xi} \cdot \frac{1}{p} \quad (2-a)$$

$$i_\theta = \tau_{\theta z}(r, \theta, t) = \begin{cases} r \cdot (-\sin \theta) H(t) & (r \leq a) \\ 0 & (r > a) \end{cases} \Leftrightarrow \hat{i}_\theta(\xi, p) = \frac{a^2 \cdot J_1(\xi a)}{\xi} \cdot \frac{1}{p} \quad (2-b)$$

表面分布衝撃力の境界条件を満たす Helmholtz 解は面内波 (r,z面内) と面外波 (θ方向) について求められ、変位は以下ようになる。

$$\text{面内} \begin{bmatrix} \hat{u}_{rr}(\xi, z, p) & \hat{u}_{rz}(\xi, z, p) \\ \hat{u}_{rz}(\xi, z, p) & \hat{u}_{zz}(\xi, z, p) \end{bmatrix} = \frac{1}{\mu \Delta_R} \begin{bmatrix} k \beta [2\xi^2 e^{-k\alpha z} - (p^2/\beta^2 + 2\xi^2) e^{-k\beta z}] & -\xi [(p^2/\beta^2 + 2\xi^2) e^{-k\alpha z} - 2k\alpha k\beta e^{-k\beta z}] \\ \xi [2k\alpha k\beta e^{-k\alpha z} - (p^2/\beta^2 + 2\xi^2) e^{-k\beta z}] & k\alpha [(p^2/\beta^2 + 2\xi^2) e^{-k\alpha z} + 2\xi^2 e^{-k\beta z}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{i}_r(\xi) \\ \hat{i}_z(\xi) \end{Bmatrix} \frac{1}{p} \quad (3a)$$

$$\text{面外 } \hat{u}_{\theta\theta}(\xi, z, p) = \frac{e^{-k\beta z}}{\mu k \beta} \hat{i}_\theta(\xi) \frac{1}{p} \quad (3b)$$

逆L-H変換はまず逆L-変換をBromwich積分から遂行するが、周回積分により積分経路を変更する。その後、逆H-変換をとる。衝撃力の分布が単純な場合、解析式を得ることができる。例えば、鉛直方向の一様分布力では

$$\hat{u}_{rr}(\xi, z, t) = \frac{d \left[(1+d^2)e^{-\xi z} - 2e^{-\xi a} \right] \cdot 1 - \cos \xi C_R t}{2\mu K(C_R) \xi \eta} + \frac{2}{74d} \int_0^{\infty} \frac{b(1-b^2)^2 \cdot 2e^{-\xi z} - (1-b^2) \cos \xi b z}{(1-b^2)^4 + 16a^2 b^2} \cdot \frac{1 - \cos \xi \eta t}{\xi \eta} d\eta - \frac{8}{\pi \mu} \int_0^{\infty} \frac{\bar{a} b^2 (1-b^2) \sin \xi b z}{(1-b^2)^4 + 16a^2 b^2} \cdot \frac{1 - \cos \xi \eta t}{\xi \eta} d\eta + \frac{2}{74d} \int_0^{\infty} \frac{b [2 \cos \xi a z - (1-b^2) \cos \xi b z]}{(1-b^2)^2 + 4ab} \cdot \frac{1 - \cos \xi \eta t}{\xi \eta} d\eta \quad (4)$$

但し、 $\bar{a} = \sqrt{1-d^2}/\alpha$ $a = \sqrt{\eta^2/\alpha^2 - 1}$ $b = \sqrt{\eta^2/\beta^2 - 1}$ $c = \sqrt{1-C_R^2/\alpha^2}$ $d = \sqrt{1-C_R^2/\beta^2}$

$\hat{u}_{rr}(\xi, z, t)$, $\hat{u}_{rz}(\xi, z, t)$, $\hat{u}_{zz}(\xi, z, t)$, $\hat{u}_{\theta\theta}(\xi, z, t)$ も上記と同様にBromwich積分を行う
逆H-変換後の時間領域解は、次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} u_r(r, z, t) \\ u_\theta(r, z, t) \\ u_z(r, z, t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & & \\ & -\sin \theta & \\ & & \cos \theta \end{bmatrix} \int_0^{\infty} \begin{bmatrix} \frac{1}{\xi} J_1(\xi r), & \frac{1}{\xi r} J_1(\xi r) \\ \frac{1}{\xi r} J_1(\xi r), & \frac{1}{\xi} J_1(\xi r) \\ J_1(\xi r) & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{u}_r(\xi, z, t) \\ \hat{u}_z(\xi, z, t) \\ \hat{u}_z(\xi, z, t) \end{Bmatrix} d\xi \quad (5)$$

3 数値計算結果と考察

半無限体に対するDisk loadによって発生する変位の数値解析結果をFig. 3~6に示す。解析1としてReceive pointを一定に定め、ポアソン比を変化させたときの鉛直方向・水平方向変位をFig. 3, 4に示す。また、解析2としてポアソン比を一定(0.4)に定め、Receive pointの深さを変化させたときの結果をFig. 5, 6に示す。各変位はそれぞれ

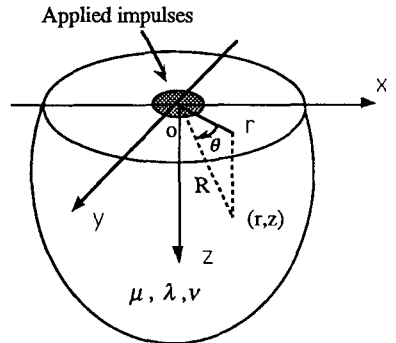


Fig.1 Geometry of the problem

無次元時間に対する変位である。半無限体中の応答は地表面応答とは全く異なった様相を示す。地表面応答はレイリー波到達の時に無限大となり、徐々に静的載荷時の応答値に収束する。レイリー波の影響は深さに対して指数関数的に減少し、ある深さでの半無限体中の応答では無視できるほど小さい。よって、半無限体中の応答はP波・S波到達時に値が急変し(但し、有限範囲である。)、SV波到達後に静的載荷時の応答値に収束するのである。

REFERENCE

F. Guan and Takemiya; Displacements in A Halfspace Due To

Some Axisymmetric Impulses On It's Surface

Table.1 properties of medium

ヤング係数E (kN/m ²)	2.5×10 ⁶
密度 ρ(t/m ³)	1.0
ポアソン比	a 0.1
	b 0.3
	c 0.4
加振半径 (m)	1.5
応答深さ (m)	A 30.0
	B 60.0
	C 120.0

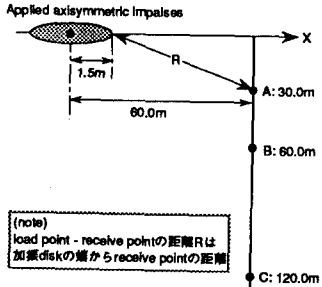


Fig.2 Analytical model

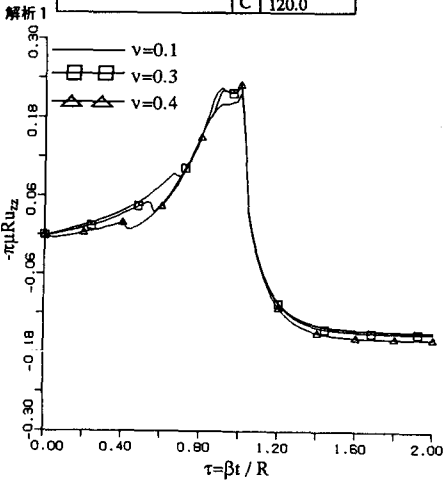


Fig.3 Vertical displacements in a halfspace for different Poisson's ratios

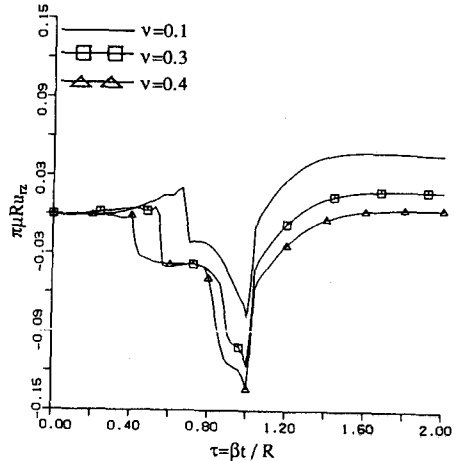


Fig.4 Horizontal displacements of halfspace for different Poisson's ratios

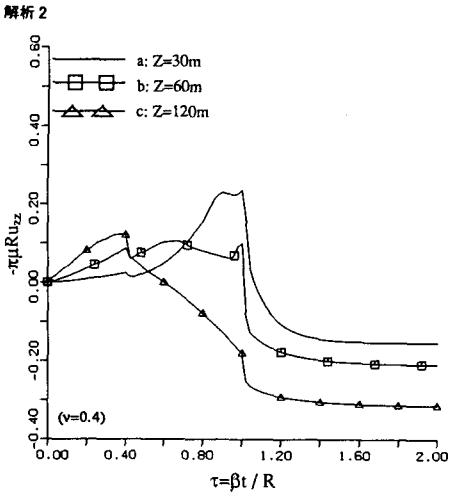


Fig.5 Vertical displacements in a halfspace for different receive points

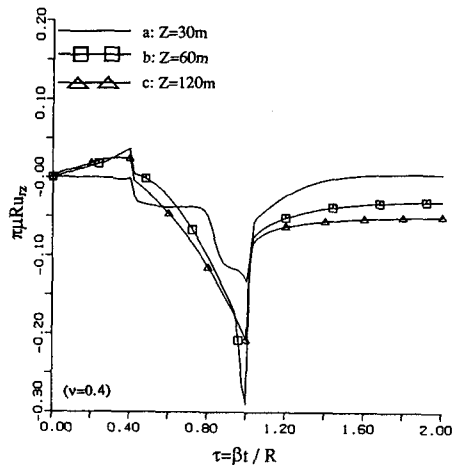


Fig.6 Horizontal displacements in a halfspace for different receive points