Ⅰ-208　離散化波数法を用いた成層地盤の時間領域Ｇｒｅｅｎ関数の算定手法

東京理科大　正会員　東平光生

1．　はじめに

近年、ＢＥＭを用いた地震応答解析が、時間領域で適用されるようになるなど、時間領域で地震応答解析を行う研究も活発になってきた。しかし、現状では時間領域で用いることのできるGreen関数は限られており、成層地盤に対するGreen関数を時間領域で求めることは非常に難しい。ここでは、このような場合にもGreen関数を求められるようにするために、離散化波数法と薄層要素法を組み合わせた、成層地盤の時間領域Green関数の算定手法を提案する。

2．薄層要素法による面外波動場のGreen関数の定義

面外波動場の方程式に対するGreen関数は、次式で定義される。

$$\left(\mu\nabla^2-\rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)G(x,z,t)=-\delta(x)\delta(z)\delta(t) \tag{1}$$

ここに、ＧはGreen関数、μはせん断弾性係数、ρは質量密度、ｔは時間、ｘ，ｚは空間座標、δはデルタ関数である。式(1)に対して、ｚ方向を薄層要素法で離散化すると、次のタイプの方程式が得られる。

$$\left[A\frac{\partial^2}{\partial x^2}-M\frac{\partial^2}{\partial t^2}-K\right]\{G(x,t)\}=-\delta(x)\delta(t)\{f\} \tag{2}$$

ここに、Ａ，Ｍ，Ｋは薄層要素法を方程式に適用したことで得られるマトリックス、$\{G(x,t)\}$はGreen関数$G(x,z,t)$の離散化表現、$\{f\}$は$\delta(z)$に対応するベクトルである。

3．薄層要素方程式に対する離散化波数法

ここでは、式(2)に対して離散化波数法の適用を試みる。離散化波数法では、$\delta(x)$を有限区間の関数として以下のFourier級数表示で定義する。

$$\delta(x)=\frac{1}{L}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\exp[-i\xi_n x] \tag{3}$$

ここに、Ｌはデルタ関数が定義されている区間の長さであり、デルタ関数の特異点が周期Ｌ毎に現れることを示す。また、ξ_nは離散化波数であり次式で与えられる。

$$\xi_n=\frac{2\pi}{L}n \tag{4}$$

式(3)に合わせ、$\{G(x,t)\}$を次のように離散化波数表示する。

$$\{G(x,t)\}=\frac{1}{L}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\{\hat{G}(t)\}_n\exp[-i\xi_n x] \tag{5}$$

式(3)および(5)を式(2)に代入することで、次の方程式を得る。

$$\left[M\frac{d^2}{dt^2}+(\xi_n^2A+K)\right]\{\hat{G}(t)\}_n=\delta(t)\{f\} \tag{6}$$

モーダルアナリシスを用いて式(6)を解き、再び式(5)を用いることで、時間領域のGreen関数が次の形式で

得られる。

$$\{G(x, t)\} = \frac{1}{2L} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n [V]_n [E(x, t)]_n [V]^T_n \{f\} \tag{7}$$

ここに、ε_nはNeumann因子、［V］$_n$はモーダルマトリックスであり、表面波のモードに関連したマトリックスである。また、［E（x，t）］$_n$は次式で与えられる。

$$[E(x, t)]_n = \mathrm{diag.}\left[\cdots \frac{1}{\lambda_{jn}} \{\sin(\lambda_{jn}t - \xi_n x) + \sin(\lambda_{jn}t + \xi_n x) \cdots\right] \tag{8}$$

ここに、λ_{jn}は離散化波数のパラメータｎにおける、ｊ次モードの固有値である。式(7)は成層地盤のGreen関数を表面波のモードの重ね合わせで表現している。

式(7)の妥当性を検証するために、Fig.1に示すモデルのインパルス応答を式(7)を用いて算定する。インパルス応答結果を解析解と比較したものをFig.2に示す。ここでは、L=15とし、離散化波数のパラメータｎを40まで重ね合わせた。また、水平層を10層に分割し表面波のモードを10次まで採用した。解析解と離散化波数法の結果は良く一致しており、この程度の離散化波数の重ね合わせでも、遅延時間も比較的精度良く計算されている。解析解は、Fourier級数展開とKlein-Gordon方程式のGreen関数を用いて構成した。

４．結論

時間領域の薄層要素方程式に離散化波数法を適用することで、Green関数を求める方法について論じた。この方法によって、成層弾性体のGreen関数を時間領域で算定することが可能になったと思われる。

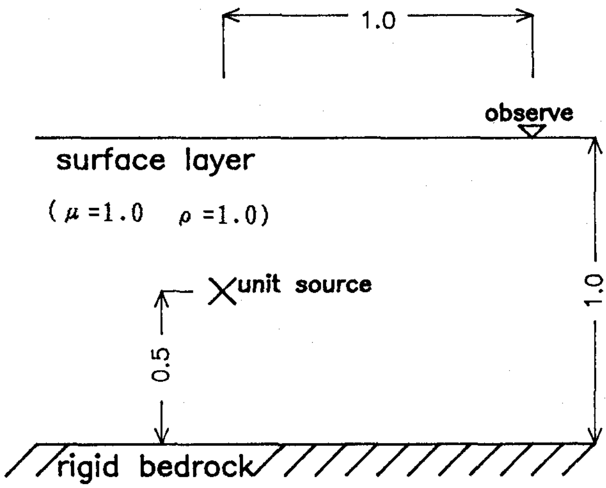

Fig.1 Analyzed Model

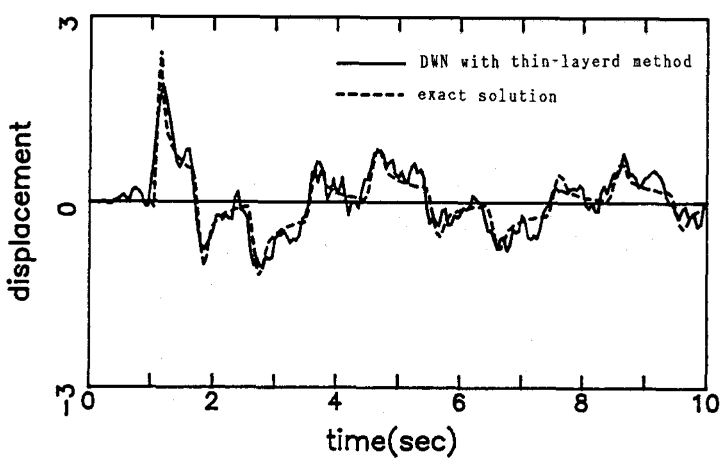

Fig.2 Comparison of displacement