

九州共立大学 工学部 正員 小坪清真
 九州工業大学 工学部 正員 ○高西照彦
 九州工業大学 工学部 正員 多田 浩
 日本道路公団 田原 弘

1. まえがき 著者等は前論において、長方形液体貯槽のロッキング振動に対する等価振動系を求め¹⁾、つづいて、同系の諸物理量を容易に算出することができる近似式を示した²⁾。さらに、振動方向に対称面を有する任意形状の同調液体ダンパー(以後、TLDと呼ぶ)の水平及びロッキング振動に対する等価振動系を導く理論について述べた³⁾。これまでに、円筒形TLDの水平振動に対する等価振動系についてはよく知られているが、ロッキング振動に対するそれについては、その具体的な表示式が示されていないようである。本論は、円筒形TLDのロッキング振動に対する等価振動系の表示式を示したものである。なお、本論で用いた仮定は、次の通りである。i) 内容液は非圧縮、非粘性、非回転である。ii) 内容液は線形振動を行う。

2. 動揺振動に対する等価振動系 2.1 振動変位 自由振動を行う円筒形TLD内容液の奇数次の固有円振動数及び液体分子の半径、円周、鉛直方向の振動変位、並びに動水圧は、次式のように表される(図-1参照)。本論においては、次数sはすべてs=1,3,5,...とする。 $n_s^2 = \lambda_s g \tanh \lambda_s H \dots(1)$, $u_s(r, \theta, z, t) = U_s(r, \theta, z) \sin n_s t$, $v_s(r, \theta, z, t) = V_s(r, \theta, z) \sin n_s t$, $w_s(r, \theta, z, t) = W_s(r, \theta, z) \sin n_s t$, $\sigma_s(r, \theta, z, t) = \rho H n_s^2 \Gamma_s(r, \theta, z) \sin n_s t \dots(2)$ ここに、 λ_s は $\frac{d}{dr} \{J_1(\lambda_s r)\}_{r=r_0} = 0 \dots(3)$ を満足する値、gは重力の加速度、Hは水深、 r_0 は円筒容器の半径、 ρ は内容液の密度、 $J_1(\)$ は第1種第1次のベッセル関数、 U_s, V_s, W_s は第s次の振動形で、次式によって与えられる。

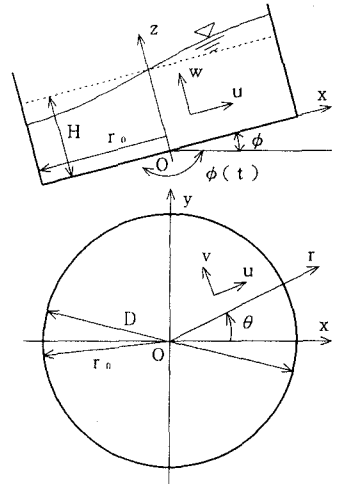


図-1 円筒形TLDと座標系

$$\left. \begin{aligned} U_s(r, \theta, z) &= \{J_0(\lambda_s r) - J_2(\lambda_s r)\} \cos \theta \cosh(\lambda_s z) / \{2J_1(\lambda_s r_0) \sinh(\lambda_s H)\} \\ V_s(r, \theta, z) &= -J_1(\lambda_s r) \sin \theta \cosh(\lambda_s z) / \{\lambda_s r J_1(\lambda_s r_0) \sinh(\lambda_s H)\} \\ W_s(r, \theta, z) &= J_1(\lambda_s r) \cos \theta \sinh(\lambda_s z) / \{J_1(\lambda_s r_0) \sinh(\lambda_s H)\} \\ \Gamma_s(r, \theta, z) &= J_1(\lambda_s r) \cos \theta \cosh(\lambda_s z) / \{\lambda_s H J_1(\lambda_s r_0) \sinh(\lambda_s H)\} \end{aligned} \right\} \dots(4)$$

2.2 運動エネルギー・動水圧モーメント 液体分子の運動エネルギー及び図-1のy軸回りの壁面動水圧によるモーメントは、次式のように求められる。上付添字・は時間に関する微分を表す。 $\dots(5)$

$$T_s = \frac{1}{2} \rho \int_0^H \int_0^{2\pi} \int_0^{r_0} \{ \dot{u}_s^2 + \dot{v}_s^2 + \dot{w}_s^2 \} r dr d\theta dz, \quad M_s = \int_0^H \int_0^{2\pi} \sigma_s|_{r=r_0} r_0 z \cos \theta d\theta dz + \int_0^H \int_0^{r_0} \sigma_s|_{z=0} r^2 \cos \theta dr d\theta$$

2.3 等価振動系 J_s を等価慣性モーメント、 K_s^φ を等価回転ばね定数、 a_s を等価回転角とし、上付添字Mはそれらの極大値を表すとすれば、これらの間には次の関係式が成立する。 $M_s^M = K_s^\varphi a_s^M$, $T_s^M = (1/2) M_s^M a_s^M$, $n_s^2 = K_s^\varphi / J_s$ $\dots(6)$ 。式(6)より $J_s = (M_s^M / n_s)^2 / (2T_s^M)$ $\dots(7)$ が得られる。式(7)から式(5),(4),(2),(1)を用いて J_s を求めれば

$$J_s = 2\pi \rho r_0^2 H^3 \frac{\tanh(\lambda_s H)}{(\lambda_s^2 r_0^2 - 1)(\lambda_s H)^3} \left\{ \lambda_s H - \coth(\lambda_s H) + \frac{2}{\sinh(\lambda_s H)} \right\}^2 \dots(8)$$

が得られる。また、 K_s^φ は式(6)の第3式から、 a_s^M は第2式からそれぞれ算出することができる。

さて、円筒形TLDが図-1に示すように、強制変位 $\phi(t)$ をうけてロッキング振動をしている場合の内容液の奇数次の振動方程式は、 $\xi_s(t)$ を基準座標とすれば、等価振動系を用いて $J_s \ddot{\xi}_s + K_s^\varphi \xi_s = -J_s \ddot{\phi} \dots(9)$

と表される。 $\ddot{\phi}(t)$ が与えられれば、上式から刻々の $\xi_s(t)$ を算出することができる。 ξ_s が得られれば、液体分子の鉛直変位 w_s は等価回転角 a_s^M と式(4)の W_s を用いて $w_s = (\xi_s/a_s^M)W_s$ …(10) によって求められる。このとき動水圧は $\sigma_s = -\rho \int (\partial^2 w_s / \partial t^2) dz$ …(11) によって与えられる。上式の σ_s を用いて、式(5)から壁面動水圧モーメント M_A^e を算出し、さらに、各次数について和をとれば、動揺振動に対する全壁面動水圧モーメントが得られて $M_A^e = \sum M_s^e = \sum K_s^e \xi_s + \sum J_s \ddot{\phi}$ …(12) と表すことができる。これは、壁面動水圧モーメントが基準座標 ξ_s と入力角加速度 $\ddot{\phi}$ に比例する項の和から成り立っていることを示している。

3. 剛振動モードに対する等価振動系 **3.1 調和回転加振に対する解** 図-1に示すように、円筒形 TLDが $\phi = \Phi \sin \omega t$ …(13) で表される調和回転加振をうけたときの内容液の動水圧 σ は、ラプラスの方程式 $\frac{\partial^2 \sigma}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2} = 0$ …(14) を、境界条件 $\frac{\partial \sigma}{\partial r} |_{r=r_0} = -\rho z \cos \theta \ddot{\phi}$, $\frac{\partial \sigma}{\partial \theta} |_{\theta=0, \pi} = 0$, $\frac{\partial \sigma}{\partial z} |_{z=0} = \rho r \cos \theta \ddot{\phi}$, $[\frac{\partial^2 \sigma}{\partial r^2} + g \frac{\partial \sigma}{\partial z}]_{z=H} = 0$ …(15) の下で解けば得られる。**3.2 壁面動水圧モーメント** 式(5)の第2式の σ_s の代わりに、3.1で求めた σ を代入して壁面動水圧モーメントを算出した後、 $\omega \rightarrow 0$ とした極限值を求めて、これを剛振動モードに対する壁面動水圧モーメントと呼ぶことにすれば、それは

$$M_B^e = -J_B \ddot{\phi} \quad \dots(16) \quad \text{ここに、}$$

$$J_B = \frac{1}{3} \pi \rho r_0^2 H^3 \left\{ 1 + 6 \sum_{s=1,3,5,\dots} \frac{5 \cosh(\lambda_s H) - \lambda_s H \sinh(\lambda_s H) - 4}{(\lambda_s^2 r_0^2 - 1)(\lambda_s H)^3 \sinh(\lambda_s H)} \right\} \quad \dots(17)$$

と表すことができる。

4. 円筒形 TLD の等価振動系 図-1に示すように、円筒形 TLD が回転加振 $\phi(t)$ をうけたときの、y軸回りの全壁面動水圧モーメントは、式(12)と式(16)とを加えることによって得られる。

$$M^e = M_A^e + M_B^e = \sum K_s^e \xi_s - J_0 \ddot{\phi} \quad , \quad J_0 = J_B - \sum J_s \quad \dots(18)$$

以上のことから、円筒形 TLD の回転振動に対する等価振動系は、図-2のよう

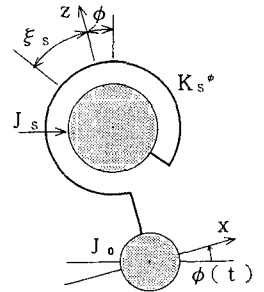


図-2 等価振動系

5. 数値計算結果 いま $J_C = \pi \rho r_0^2 H^3 (3r_0^2 + 4H^2)/12$ として式(18)の J_0 、式(8)

の J_s を $J_0 = C_0 J_C$, $J_s = C_s J_C$ …(19)

式(1)の n_s を $n_s = N_s \sqrt{g/H}$ …(20) とおけば、 C_0, C_s, N_s はいずれも D/H (D は円筒の直径 $= 2r_0$) のみの関数で表される。

なお、式(18)の K_s^e は式(6),(19),(20)より

$$K_s^e = N_s^2 C_s g J_C / H \quad \dots(21)$$

によって与えられる。数値計算では、 C_0 及び C_1, N_1 を算出して図-3に示した。 C_3, C_5 等は C_1 に比べてその値は非常に小さい。なお、 $3 \leq D/H \leq 50$ の範囲では、次の近似式を利用してもよい。

図-3は、 D/H と C_0, C_1, N_1 の関係を示したグラフ。横軸は D/H (0から50)、縦軸は C_0, C_1, N_1 (0から2.0)。 C_0 は約1.0、 C_1 は約0.1、 N_1 は約1.0。

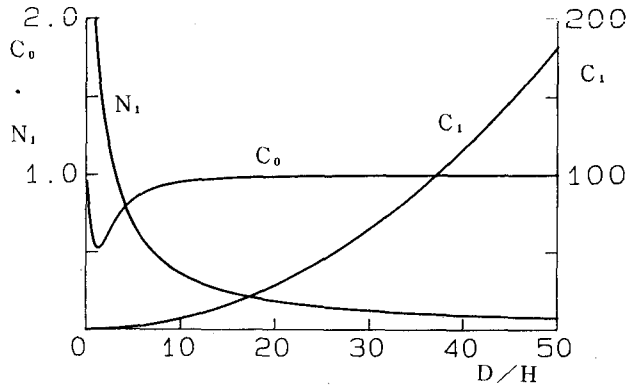


図-3 $D/H \sim C_0, C_1, N_1$

$$C_0 = 0.99896 - 4.64929(D/H)^{-2} + 17.99534(D/H)^{-4} \quad , \quad C_1 = 0.07282(D/H)^2 - 0.05471 + 1.47879(D/H)^{-2} \quad , \\ N_1 = 3.67895(D/H)^{-1} - 7.75889(D/H)^{-3} + 19.12636(D/H)^{-5} \quad \dots(22) \quad \text{。 上式の誤差は、高々、} C_0 \text{は} 1.4\% \text{、} C_1 \text{は} 3\% \text{、} N_1 \text{は} 0.1\% \text{である。}$$

1) 小坪他: ピッチング振動に対する液体同調ダンパーの等価振動系、土木学会西部支部発表会、1990.3。
 2) 小坪他: ロッキング振動をする長方形同調液体ダンパーの等価振動系に対する近似式表示、土木学会第45回年次学術講演会、1990.9。
 3) 小坪他: 強制振動をうける液体貯槽内容液に対する等価振動系、土木構造・材料論文集、第6号、1991.1。