I-196　マルティプル同調質量ダンパー（ＭＴＭＤ）の基本的特性と性能評価式

東京大学　正会員　藤野陽三
ノースウェスタン大学大学院　学生会員　阿部雅人

はじめに：Igusaらは、1つのTMDではなく、固有振動数が一定の範囲に分布した多数個のTMDを設ける方法を提案した[1,2](図1)。これをMultiple TMDと呼ぶことにする。MTMDでは、同調比および減衰定数に対する制振性能のロバスト性が増すだけでなく、同じ合計質量比を持つSingle TMDよりも優れた制振性能を有することが示されている[3,4)]。ここでは、MTMD―構造物系に対して摂動法を適用し、その基本的特性を明らかにするとともに、それに基づいてMTMDの設計を念頭において性能評価式を求めた。

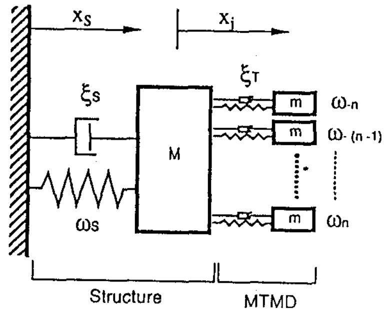

図１　MTMD - 構造物系

運動方程式と固有値の摂動解：構造物は１自由度系としてモデル化し、TMDの個数N(=2n+1)は奇数とする。簡単のために各TMDの減衰ξ_T、ならびに質量mは均一とし、構造物の質量はM、減衰ξ_sは0とする。さらに各TMDの固有振動数は、中心のTMDの固有振動数ω_0について対称で、等間隔であるとする。すなわち、$\omega_j = \omega_0(1+j\beta)$ （ただし、j=-n,....,j,...,n)。TMDの固有振動数の分布しているバンド幅を

$$B = (\omega_n - \omega_{-n})/\omega_0 \qquad (1)$$

と定義する。このとき、固有振動数間隔を示すパラメータβとの関係は、$\beta = B/(N-1) = B/(2n)$となる。なお、後に用いるため、MTMDの総質量とＭとの比を総質量比μ_{total}、個々のTMDとＭとの比を質量比μとする。β=0、すなわち個々のTMDの特性が等しい、いわゆる通常のTMDをここではSingle TMDと呼ぶ。

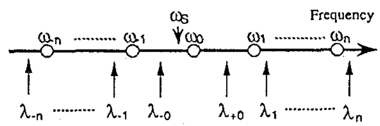

図２　固有値λの配列

建設系構造物へMTMDを適用した際のことを考えて、各パラメータのオーダーを以下のようにおいて摂動法[5)]を適用し、モード特性の陽な解を導く。ただし、εは摂動を表わす。

$$O(n\beta^2) \approx O(j\beta^2) \approx O(\beta) \approx O(\mu_{total}) \approx O(\xi_T^2) \approx O(\varepsilon) << 1 \qquad (2)$$

また、特性方程式の形から考えて、k番目固有値λ_kの1次近似解を、

$$\lambda_k = i\,\xi_T\omega_k + \omega_k + \varepsilon_k\omega_0 \quad (k=-n,\cdots,-0,+0,\cdots,n) \qquad (3)$$

とおく(図2)。ε_kは摂動パラメータである。式(3)を特性方程式に代入し、式(2)を考慮してε_k、すなわち固有値の摂動解を求めることができる[6)]。なお、k=-n～nでN+1個のモードに対応する。

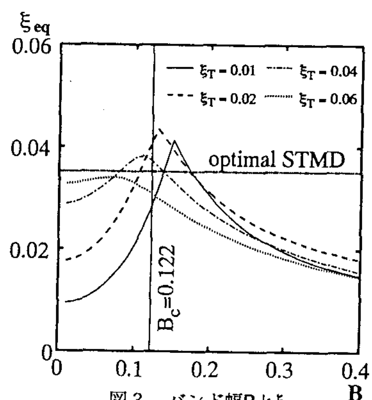

図３　バンド幅Bとξ_{eq}

(11TMD, μ_{total} = 1%)

バンド幅の基準:バンド幅の変化に伴いモード形に変化が生じる。Bが小さい系はSTMDに近づき、Bが大きすぎると両はじに近いTMDが効率よく作動しなくなる。ここでは、MTMDの設計にあたってのバンド幅Ｂの目安を求める。

MTMDの特性が卓越するときには、N+1個のモードでTMDの動きに大きな差がないモード形になっていると考える。すなわち、「各モードのTMDの最大モード振幅が等しい」ということを基準として、MTMDのバンド幅の目安を求める。Bに対して特徴的な変化を示すのが、中心部のモードと最外郭のモードである[6)]ので、その2つのモードにおけるTMDの最大振幅をそろえることで、全体を代表させることにする。式(3)において減衰を無視し、２つのモードの振が等しくなる条件

$$\frac{1}{\varepsilon_{+0}} = \frac{1}{\varepsilon_n} \text{ or } \frac{1}{\varepsilon_{-0}} = \frac{1}{\varepsilon_{-n}} \qquad (4)$$

より、

$$B_c = \frac{1}{4}\left(\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{\mu}{\beta}\right)^2 S} + \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{\mu}{\beta}\right)^2 S + 8(\mu_{total} - \mu)T}\right) \approx \frac{1}{4}\left(\sqrt{8\mu_{total}T}\right) \tag{5}$$

となる。ここで、$T=\log N+\gamma$ $(\gamma=0.5772)$である。これをバンド幅の基準式として採用する。この式より、総質量の値とTMDの個数が決定されれば、バンド幅の目安が得られる。

図３は、バンド幅BとMTMDの制振効果を、構造物の周波数応答のピーク値から求めた等価付加減衰ξ_{eq}で表わしたものである。TMDの減衰によってばらつきはあるものの、概ね先に与えたBcの近傍でもっとも高い等価付加減衰を与えている。

MTMDのバンド幅がBcより小さいときには、構造物の周波数応答はSTMD型に近づき、ロバスト性も失われる。もし、バンド幅Bが、B_cより大きければ、

$$B_r = B - B_c \tag{6}$$

が、ロバスト性のための余裕となる。実際に、$\mu_{total} = 0.01$で、TMDが21個の場合についてロバスト性を調べたのが図４である。横軸は、振動数のずれの度合い $\beta_0\ (=(\omega_s-\omega_0)/\omega_s)$ である。また、ロバスト性の基準Brも同時に縦の実線で示してある。ξ_{eq}がほぼ一定になっている範囲の幅を、式(6)の基準Brは表している。

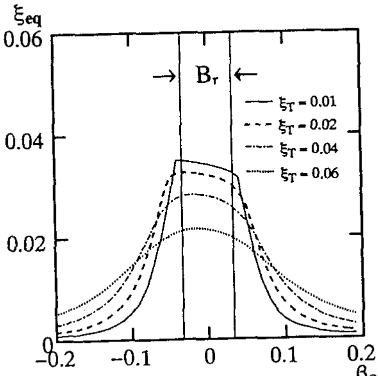

図４　同調比のずれB_0とξ_{eq}

(21TMD, μ_{total} =1%, B=0.2, Br=0.065)

調和外力に対する制振性能: 中心のモードの固有振動数ω_0*の0次近似解であるω_0を系の周波数応答関数に直接代入して近似することを考える。簡単のために構造減衰ξ_S=0とすると、周波数応答のピークの近似は、

$$H_S \approx \left|\sum_{j=-n}^{n} \frac{\mu\omega_0^4}{\omega_j^2 - \omega_0^2 + 2i\,\xi_T\omega_j\omega_0}\right|^{-1} \tag{7}$$

と表わせる。βが十分に小さい場合、つまりBが一定のもとでNが十分に大きい場合には、式(7)において、

$$\sum_{j=-n}^{n} \frac{\mu\omega_0^4}{\omega_j^2 - \omega_0^2 + 2i\,\xi_T\omega_j\omega_0} \approx \frac{\mu\omega_0^3}{2\beta}\int_{-n\beta}^{n\beta}\frac{dz}{z+i\,\xi_T} = i\frac{\mu}{\beta}\tan^{-1}\left(\frac{n\beta}{\xi_T}\right) \tag{8}$$

となる。したがって、等価付加減衰は、

$$\xi_{eq} = \frac{\mu}{2\beta}\tan^{-1}\left(\frac{n\beta}{\xi_T}\right) \approx \frac{\rho}{2}\tan^{-1}\left(\frac{B}{2\xi_T}\right), \qquad \zeta_T \geq \sqrt{3}\beta/\pi \qquad (9),(10)$$

となる[7]。ここでρはTMDの周波数上での密度である。図５に見るように、TMDの減衰が式(10)の値より大きいときには、非常によくあっている。

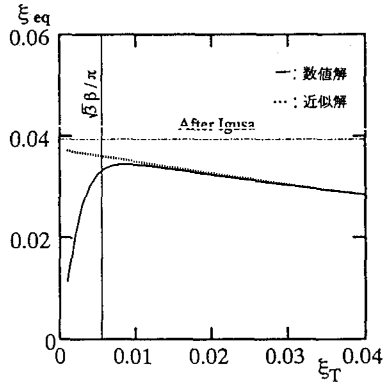

図５　TMDの減衰ξ_Tとξ_{eq}の関係

ただし、式(9)は、βが十分に小さい、あるいはNが大きいという制約が加わっている。$\mu_{total} = 0.005$でN>11、$\mu_{total} = 0.01$でN>21、$\mu_{total} = 0.02$でN>31程度のときには、この式が有効であることを数値計算より確かめている。

あとがき：MTMDは、TMDの振幅が大きいという欠点を有する。しかし、ロバスト性などに大きな利点をもつので、構造物の制振に複数個のTMDを設けるときや、もとより多数個の設置が前提となる同調液体ダンパー(TLD)等には、広く用いられるべき設計方法であると考える。

参考文献

1)Igusa, T. 他, 2nd Int. Conf. Stoch. Str. Dyna., 1990.　2)Igusa, T. 他, 4th Int. Conf. on Rec. Adv. Str. Dyna., 1991.　3)山口他；Earthq. Eng. Str. Dyn.（投稿中）　4)藤野、孫、山口；マルティプルＴＭＤ・ＴＬＤの特性の把握、構造工学論文集、38A、1992.　5)阿部・藤野；摂動解によるTMD—構造物系の動特性の理解と制振評価、土木学会論文集、1992年4月　6)阿部・藤野；MTMDの基本的特性、土木学会論文集（投稿中）　7)阿部・藤野；MTMDの性能評価式、土木学会論文集（投稿中）