

防府市役所 正員 小川記央
 山口大学 正員 會田忠義

1. まえがき はり及び柱状構造物の各種動吸振装置による振動制御の研究や動吸振装置の開発が行われ実用化されていることは周知の通りであるが、曲線部材(アーチ, 曲りばり)や曲面構造物に対する振動制御の試みは著者らの知る限り少ない。本研究では円弧アーチを対象に、動吸振装置として対象アーチと同一の境界条件を持つ質量・剛性分布が相似なアーチを採用し、これを接線及び半径方向にばね及びダンパーで連結した動吸振アーチと呼ぶ動吸振装置を想定し、その制振理論及び制振効果を明らかにする。

2. 運動方程式と2質量3ばね系モデル

本研究では、I:接線・半径方向の連結ばね・ダンパーを等分布装着する場合、II:接線・半径方向の連結ばね・ダンパーを有限個集中装着する場合の2ケースについて述べる。対象アーチ(Main Arch, MA)及び動吸振アーチ(Dynamic Absorbing Arch, DAA)の運動方程式はFig.1に示す座標系より次式で表せる。式中、 m_1, m_2 :MA, DAAの単位長さ質量、 $E I_1, E I_2$:MA, DAAの曲げ剛性、 $E A_1, E A_2$:MA, DAAの伸縮剛性、 c_θ, c_r :接線及び半径方向の連結ダンパーの減衰係数、 k_θ, k_r :接線及び半径方向の連結ばねのばね定数、 δ :Diracの δ 関数。

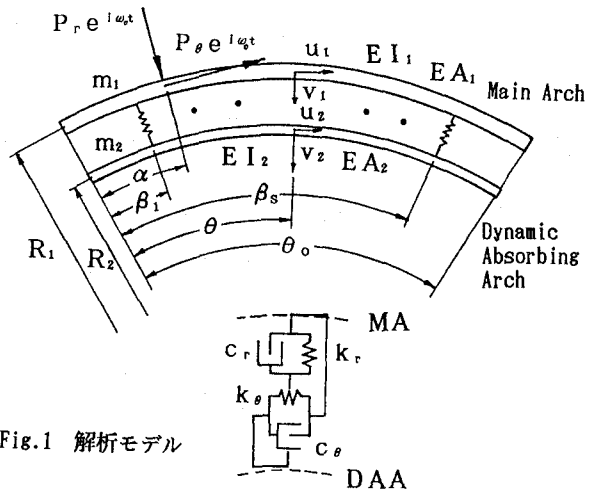


Fig.1 解析モデル

(*) = $\partial / \partial t$, (') = $\partial / \partial \theta$ である。

$$\begin{aligned}
 m_1 R_1 \ddot{u}_1 - \frac{E I_1}{R_1^3} (v_1'' + u_1'') - \frac{E A_1}{R_1} (u_1' - v_1') + d_\theta + s_\theta &= R_1 P_\theta \delta(\theta - \alpha) e^{i\omega t} \\
 m_1 R_1 \ddot{v}_1 + \frac{E I_1}{R_1^3} (v_1''' + u_1''') - \frac{E A_1}{R_1} (u_1' - v_1) + d_r + s_r &= R_1 P_r \delta(\theta - \alpha) e^{i\omega t} \\
 m_2 R_2 \ddot{u}_2 - \frac{E I_2}{R_2^3} (v_2'' + u_2'') - \frac{E A_2}{R_2} (u_2' - v_2') - d_\theta - s_\theta &= 0 \\
 m_2 R_2 \ddot{v}_2 + \frac{E I_2}{R_2^3} (v_2''' + u_2''') - \frac{E A_2}{R_2} (u_2' - v_2) - d_r - s_r &= 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

式中、I, IIにおいて、 d_θ 及び d_r 並びに s_θ 及び s_r は下記の通りである。

$$\begin{aligned}
 d_\theta &= \begin{cases} \text{I: } c_\theta (\dot{u}_1 - \dot{u}_2) \\ \text{II: } c_\theta \sum_{s=1}^S (\dot{u}_1 - \dot{u}_2) \delta(\theta - \beta_s) \end{cases} & d_r &= \begin{cases} \text{I: } c_r (\dot{v}_1 - \dot{v}_2) \\ \text{II: } c_r \sum_{s=1}^S (\dot{v}_1 - \dot{v}_2) \delta(\theta - \beta_s) \end{cases} \\
 s_\theta &= \begin{cases} \text{I: } k_\theta (u_1 - u_2) \\ \text{II: } k_\theta \sum_{s=1}^S (u_1 - u_2) \delta(\theta - \beta_s) \end{cases} & s_r &= \begin{cases} \text{I: } k_r (v_1 - v_2) \\ \text{II: } k_r \sum_{s=1}^S (v_1 - v_2) \delta(\theta - \beta_s) \end{cases}
 \end{aligned}$$

今、 $A_1 R_1^2 / I_1 = A_2 R_2^2 / I_2$ の関係を満たすとき、自由振動において固有円振動数のみ異なり、固有モードは両アーチとも同一となる。ここで、この関係を有する両アーチの*i*次の固有モードを $U_i(\theta), V_i(\theta)$ とおき、Modal Analysisの手法を応用すると、両アーチの振動変位は次式で与えられる。

$$u_1 = \sum U_i(\theta) \rho_{11}(t), \quad v_1 = \sum V_i(\theta) \rho_{11}(t), \quad u_2 = \sum U_i(\theta) \rho_{21}(t), \quad v_2 = \sum V_i(\theta) \rho_{21}(t) \quad (2)$$

ここで、式(2)を式(1)に代入し $c_\theta = c_r = c$, $k_\theta = k_r = k$ とおいて固有モードの直交性を用いて整理すると、モード方程式として次式を得る。式中、 ω_{1j}, ω_{2j} : MA, DAAのj次の固有円振動数である。

$$m_1 R_1 (\rho_{1j} + \omega_{1j}^2 \rho_{1j}) + c \sum \Phi_{ij} (\rho_{1j} - \rho_{2j}) + k \sum \Phi_{ij} (\rho_{1j} - \rho_{2j}) = R_1 \{ P_\theta U_j(\alpha) + P_r V_j(\alpha) \} e^{i\omega t}$$

$$m_2 R_2 (\rho_{2j} + \omega_{2j}^2 \rho_{2j}) + c \sum \Phi_{ij} (\rho_{2j} - \rho_{1j}) + k \sum \Phi_{ij} (\rho_{2j} - \rho_{1j}) = 0 \quad (j=1, 2, 3, \dots) \quad (3)$$

式中、I, IIにおいて、 Φ_{ij} は下記の通りである。

$$\Phi_{ij} = \begin{cases} \text{I: } \delta_{ij} & (\text{Kronecher } \delta) \\ \text{II: } \sum_{s=1}^n \{ U_i(\beta_s) U_j(\beta_s) + V_i(\beta_s) V_j(\beta_s) \} \end{cases} \quad \begin{matrix} R_1 \{ P_\theta U_j(\alpha) + \\ P_r V_j(\alpha) \} e^{i\omega t} \end{matrix}$$

式(3)から明らかのようにIの場合は各モードは非連成であるが、IIの場合は連成してしているのがわかる。ここで式(3)の Φ_{ij} の値の注目すると、 $i=j$ の場合(Φ_{jj})は $i \neq j$ の場合に比べて大きな値をとることが確かめられたため、本研究では、Iと同様にIIについてもFig.2に示す2質量3ばね系モデルに置換できるとし、2質量3ばね系モデルの最適調整条件を適用した。¹⁾²⁾

3. 動吸振アーチの最適設計

設計法として外力の励振振動数近傍の固有振動数に対応するモードを制振させる手法をとる。

今、設計条件として、質量比 $\mu = m_2/m_1$ 及びMAの基準座標 ρ_{1j} の無次元最大振幅 Y_{1P} が与えられたときの連結ダンパーの減衰係数 c 、連結ばねのばね定数 k 、DAAの曲げ剛性 $E I_2$ 及び伸縮剛性 $E A_2$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$\mu_0 = \mu \left(\frac{R_2}{R_1} \right), \quad c = \frac{2 \mu_0 m_1 R_1 \omega_{1j} h}{\Phi_{jj}}, \quad k = \frac{m_1 R_1 \omega_{1j}^2 \sqrt{\mu_0 (2 + \mu_0)}}{\Phi_{jj} Y_{1P} (1 + \mu_0)^2}$$

$$E I_2 = \mu_0 E I_1 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^3 \left(1 - \frac{1}{Y_{1P} \sqrt{\frac{2 + \mu_0}{\mu_0}}} \right), \quad E A_2 = \mu_0 E A_1 \left(\frac{R_2}{R_1} \right) \left(1 - \frac{1}{Y_{1P} \sqrt{\frac{2 + \mu_0}{\mu_0}}} \right)$$

$$h^2 = \frac{h_p^2 + h_a^2}{2}, \quad \left. \begin{matrix} h_p^2 \\ h_a^2 \end{matrix} \right\} = \frac{(3 + 2 \mu_0) \mp 2 \sqrt{\mu_0 (2 + \mu_0)}}{4 (1 + \mu_0)^3 Y_{1P} \{ (1 + \mu_0) Y_{1P} - \sqrt{\mu_0 (2 + \mu_0)} \mp 1 \}} \quad (4)$$

4. 適用例

$R_1 = 65m (= R_2)$, スパン50mの

両端ピンの円弧アーチ ($m_1 = 4.12 \times 10^2 \text{Ns}^2/\text{m}^2$, $E I_1 = 5.69 \times 10^8 \text{Nm}^2$, $E A_1 = 1.08 \times 10^{10} \text{N}$) について、制振モードを1次、 $\mu = 0.1$, $Y_{1P} = 5.7$ として両ケース(IIは9個等分割点に装着)を設計し、P. のみ $1/4\theta$ 点加振時のその同一点の v_1 の変位応答の共振曲線を求めFig.3に示した。図より両ケースとも十分な制振効果を有することは明らかである。

【参考文献】1) T.Aida, et al: Vibration Control of Beams by Beam-Type Dynamic Vibration Absorber, J. Engrg. Mech, ASCE, 118(2), 248~258

2) 小川・會田: 有限個の連結ばね・ダンパーを有する動吸振りによるはり構造物の振動制御、第46回年次学術講演会講演概要集 I, pp940~941, (1991.9)

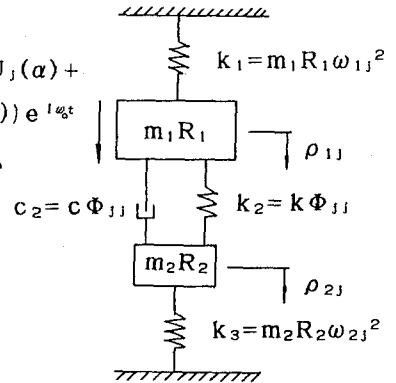


Fig.2 2質量3ばね系モデル

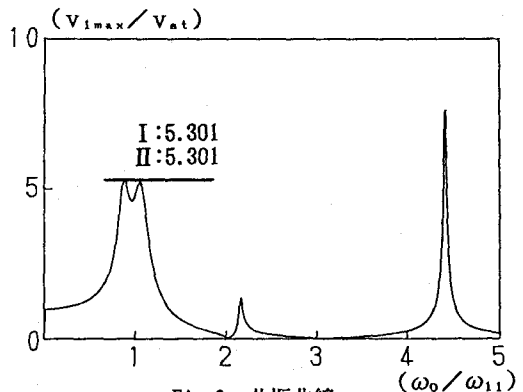


Fig.3 共振曲線

$$m_2 = 4.12 \times 10^2 \text{Ns}^2/\text{m}^2, \quad E I_2 = 1.11 \times 10^7 \text{Nm}^2$$

$$E A_2 = 2.12 \times 10^9 \text{N}$$

$$c = \begin{cases} \text{I: } 5.17 \times 10^5 \text{Ns/m/rad} \\ \text{II: } 2.65 \times 10^6 \text{Ns/m} \end{cases}, \quad k = \begin{cases} \text{I: } 1.22 \times 10^4 \text{N/m/rad} \\ \text{II: } 6.25 \times 10^4 \text{N/m} \end{cases}$$