

関西大学工学部 正員 三上 市藏
 関西大学大学院 学生員 中野 唯史
 駒井鉄工 正員 ○篠田 隆広

1.まえがき

三上・辻¹⁾は、周辺単純支持され、初期たわみおよび残留応力を有する円筒パネルが円周方向面内力を受ける場合について終局強度を越えた領域（以下、劣化域）における挙動を解析するために高次の微小項を含む基礎微分方程式を導いた。著者²⁾は、この方程式から、非線形挙動に影響を与えない高次項を省略した近似非線形理論を提案した。この近似理論では解析に要する時間を大幅に短縮することができたが、本研究では、解の精度を落とすことなく、さらに解析時間を短縮できる簡易理論を検討する。

2.近似非線形理論

解析の対象モデルを図-1に示す。変位および断面力の正の方向を図-2のように定義し、作用力としては、両直線辺に一様な円周方向強制変位 v_m を考える。

基本となる三上・辻の非線形理論¹⁾（以下、Case A⁺）は、初期たわみおよび残留応力を有する弾塑性無補剛円筒パネルの劣化域における挙動を正確に解析するために、薄いシェルに対する Washizu³⁾ の幾何学的非線形理論を参考に、Kirchhoff-Loveの仮定が成り立ち、変形による板厚の変化がないものとして、従来省略されていた微小項を省略しないで、さらに Flügge⁴⁾ 流に面の長さに対する曲率の影響 Λ をも考慮して導かれたものである。ただし、 Λ は次式で表される。

$$\Lambda = 1 - (w_0 + z)/R \quad (1)$$

ここに、 w_0 は初期たわみである。

この理論を基に次のような近似非線形理論を導いた。

【Case A】面内変位が面外変位に比べて小さいことから、ひずみ-変位関係式において、面内変位の関数である中央面の線形ひずみ成分 ϵ_x , ϵ_y , ϵ_{xy} および回転成分 ϕ が、面外変位の関数である中央面の回転成分 ϕ_x , ϕ_y および初期たわみによる中央面の回転成分 ϕ_{0x} , ϕ_{0y} に比べて微小であると考えて、高次項を省略する。さらに曲率の影響 Λ が微小であると考えて、 $\Lambda \approx 1$ とする。これは、Kármán⁴⁾ 流の板の非線形理論におけるひずみ-変位関係に相当している。

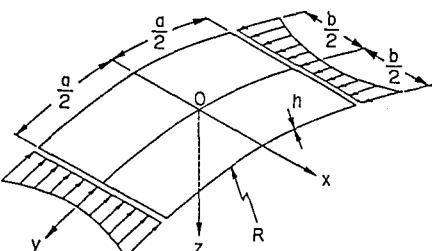


図-1

3.簡易非線形理論

近似理論 Case A をさらに簡単化するために、つりあい式に注目し、次のような 2 種類の簡易非線形理論を考える。

【Case B】円筒シェル要素においては、面内力が支配的で、曲げモーメントはかなり小さいので、ひずみ-変位関係を Case A 同様に簡単化した上、つりあい式において、断面力とひずみあるいは回転の積の項のうち、面内力とひずみあるいは回転の積、面内力とひずみあるいは回転の変化量の積の項以外を省略する。これは Flügge⁵⁾ の考え方方に類似している。

【Case C】Case B のつりあい式において、さらに面内力とひずみの積の項を微小と考え、省略する。これにより、Kármán⁴⁾ が板の非線形

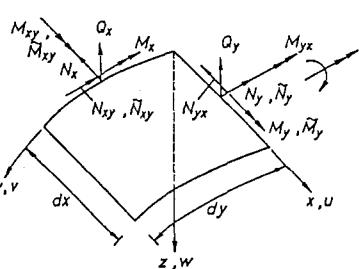


図-2

理論に用いたものに類似したつりあい式となる。

4. 解析結果

種々の曲率と幅厚比を持つ円筒パネルについて、Case A, Case B, Case C の理論によって、差分法を適用した DRM(Dynamic Relaxation Method) を用いて解析し、その結果を Case A⁺ による結果と比較した。表-1 および図-3 ~ 図-5 に結果の一例を示す。

これから、次のようなことがわかる。

- 1) Case A⁺ と Case A の結果には、大きな差はなく、ひずみ-変位関係において $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}$ および ϕ の影響は微小であり、かつ $\Delta \approx 1$ と考えてもよい。
- 2) Case A では、Case A⁺ に比べて計算時間が約 60% 短縮できる。
- 3) たわみがあまり大きくならない場合、Case B, Case C によると、数 % の差は生じるが、Case A⁺ に比べて計算時間が約 30% に短縮できる。
- 4) 幅厚比が大きく、かつ曲率が大きい円筒パネルで、たわみが大きくなる場合、Case B, Case C によると解が得られなくなる。

5. あとがき

本研究の結果、劣化域での挙動を解析するにはつりあい式が大きな影響をもつことがわかった。Case A の理論を使用すると、短時間で高精度の解析結果が得られた。さらに、つりあい式を簡単化した Case B, Case C の理論では、たわみが大きくなると解が得られず、また、Case A⁺ との差が大きくなるが、非常に短時間で解析が出来るので、限られた範囲ではあるが有効に利用できる。なお、詳細については、講演会に譲る。

表-1

Case	解析所要時間(秒)	所要時間比
A ⁺	64861	1.00
A	36860	0.57
B	20529	0.32
C	18134	0.28

$$\alpha = 1.0, \beta = 22.50, Z = 2.0, \\ w_0 = -\beta/150, \bar{\sigma}_{rc} = -0.3$$

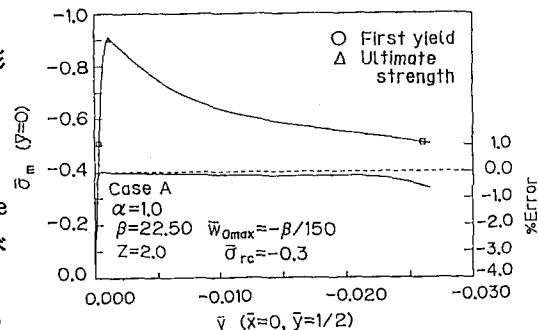


図-3

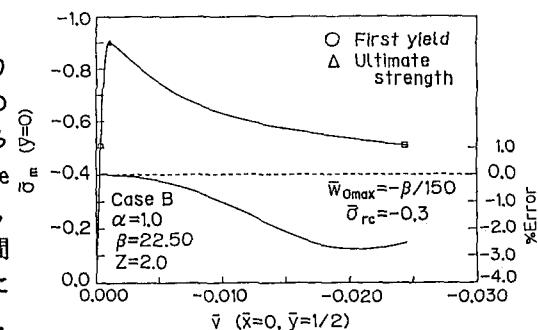


図-4

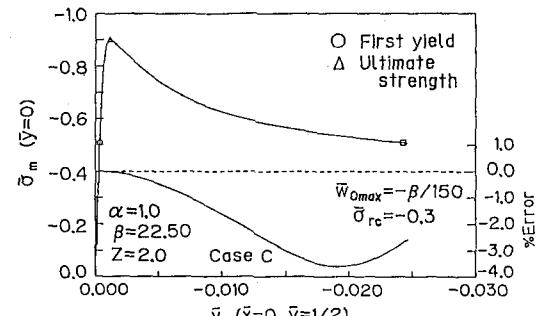


図-5

- 1) 三上・辻: 構造工学論文集, Vol. 37A, 1991.
- 2) 三上・中野・篠田: 土木学会関西支部年次講演会, 1992.
- 3) Washizu: Variational Method in Elasticity and Plasticity, 3rd ed., Pergamon Press, 1982.
- 4) Kármán: Festigkeitsprobleme im Maschinenbau, Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften, Vol. IV, 1910.
- 5) Flügge: Stresses in Shells, 2nd ed., Springer-Verlag, 1973.