土木学会第47回年次学術講演会（平成４年９月）

I-110　種々の境界条件を有する変厚偏平シェルの幾何学的非線形解析

長崎大学　工学部　正　員　○森田千尋
長崎大学　工学部　正　員　松田　浩
長崎大学　工学部　正　員　崎山　毅
川鉄テクノコンストラクション(株)　正　員　冨重健一

１．まえがき

本研究は、偏平シェルの力学的特性を調べるために、著者らの一部が既に提示した平板の一離散化手法 1)、2) を偏平シェルに拡張適用し、任意の境界条件および変断面性を持つ弾性シェルを対象として幾何学的非線形解析を行い、既往数値解と比較することにより本解法の妥当性を検証したものである。本解析手法は、基礎微分方程式の積分方程式への変換と積分方程式の近似解法の応用とにより偏平シェルの支配方程式の解析的近似解を求め、これに基づいて偏平シェルの解析を行うものである。

２．偏平シェルの基礎微分方程式とその解析的近似解

曲面の x, y 方向の曲率を k_x, k_y、ねじれ率を k_{xy} とし、これらがあまり大きくなく、投影形状が矩形の曲面板を考えると、せん断変形の影響を考慮した変厚偏平シェルの曲げの基礎微分方程式は次式のように表せる。

$$\frac{\partial \Delta N_x}{\partial x}+\frac{\partial \Delta N_{xy}}{\partial y}-k_x\Delta Q_x=0 \qquad (1\text{-}1)$$

$$\frac{\partial \Delta N_y}{\partial y}+\frac{\partial \Delta N_{xy}}{\partial x}-k_y\Delta Q_y=0 \qquad (1\text{-}2)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_x}{\partial x}+\frac{\partial \Delta Q_y}{\partial y}+k_x\Delta N_x+k_y\Delta N_y+2k_{xy}\Delta N_{xy}+\frac{\partial^2 \Delta w}{\partial x^2}N_x+\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\Delta N_x+\frac{\partial^2 \Delta w}{\partial y^2}N_y+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\Delta N_y+2\frac{\partial^2 \Delta w}{\partial x\partial y}N_{xy}+2\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\Delta N_{xy}+\Delta N_c+\Delta q=0 \qquad (1\text{-}3)$$

$$\frac{\partial \Delta M_x}{\partial x}+\frac{\partial \Delta M_{xy}}{\partial y}-\Delta Q_x=0 \qquad (1\text{-}4)$$

$$\frac{\partial \Delta M_y}{\partial y}+\frac{\partial \Delta M_{xy}}{\partial x}-\Delta Q_y=0 \qquad (1\text{-}5)$$

$$\frac{\partial \Delta \theta_x}{\partial x}=\frac{1}{D(1-\nu^2)}(\Delta M_x-\nu\Delta M_y) \qquad (1\text{-}6)$$

$$\frac{\partial \Delta \theta_y}{\partial y}=\frac{1}{D(1-\nu^2)}(\Delta M_y-\nu\Delta M_x) \qquad (1\text{-}7)$$

$$\frac{\partial \Delta \theta_x}{\partial y}+\frac{\partial \Delta \theta_y}{\partial x}=\frac{2}{D(1-\nu)}\Delta M_{xy} \qquad (1\text{-}8)$$

$$\frac{\partial \Delta w}{\partial x}+\Delta\theta_x=\frac{1}{\kappa Gh}\Delta Q_x \qquad (1\text{-}9)$$

$$\frac{\partial \Delta w}{\partial y}+\Delta\theta_y=\frac{1}{\kappa Gh}\Delta Q_y \qquad (1\text{-}10)$$

$$\frac{\partial \Delta u}{\partial x}-k_x\Delta w+\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial \Delta w}{\partial x}+\Delta W_{xc}=\frac{1}{Eh}(\Delta N_x-\nu\Delta N_y) \qquad (1\text{-}11)$$

$$\frac{\partial \Delta v}{\partial y}-k_y\Delta w+\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial \Delta w}{\partial y}+\Delta W_{yc}=\frac{1}{Eh}(\Delta N_y-\nu\Delta N_x) \qquad (1\text{-}12)$$

$$\frac{\partial \Delta u}{\partial y}+\frac{\partial \Delta v}{\partial x}-2k_{xy}\Delta w+\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial \Delta w}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial \Delta w}{\partial x}+\Delta W_{xyc}=\frac{2(1+\nu)}{Eh}\Delta N_{xy} \qquad (1\text{-}13)$$

ここに、Δ: 断面力および変形量の増分、$q=q(x,y)$: 面に対する垂直方向荷重強度、$D=D(x,y)=Eh^3/[12(1-\nu^2)]$: シェルの曲げ剛度、$E$: 弾性係数、$h=h(x,y)$: シェル厚、$\nu$: ポアソン比、$\kappa=5/6$: せん断修正係数、$G=E/[2(1+\nu)]$: せん断弾性係数、$\Delta N_c, \Delta W_{xc}, \Delta W_{yc}, \Delta W_{xyc}$: 各荷重段階における不平衡力および非線形項

式(1-1)～(1-13)において、無次元量 X_1～X_{13} および η, ξ

$X_1=a^2Q_y/[D_0(1-\nu^2)]$, $X_2=a^2Q_x/[D_0(1-\nu^2)]$, $X_3=aM_{xy}/[D_0(1-\nu^2)]$, $X_4=aM_y/[D_0(1-\nu^2)]$, $X_5=aM_x/[D_0(1-\nu^2)]$, $X_6=\theta_y$, $X_7=\theta_x$,
$X_8=w/a$, $X_9=v/a$, $X_{10}=u/a$, $X_{11}=a^2N_{xy}/[D_0(1-\nu^2)]$, $X_{12}=a^2N_y/[D_0(1-\nu^2)]$, $X_{13}=a^2N_x/[D_0(1-\nu^2)]$, $\eta=x/a$, $\xi=y/a$,

a, b: 偏平シェルの矩形Baseの辺長, $\mu=b/a$, h_0: 基準シェル厚, $D_0=Eh_0^3/[12(1-\nu^2)]$: 基準シェル剛度

を導入し無次元化後、領域$[i, j]$において面積分することにより積分方程式に変換し、次に積分方程式の近似解法を応用すると、変厚偏平シェルの任意の離散点における解析的近似解は次式のように求められる。

$$\Delta X_{pij}=\sum_{d=1}^{10}\left\{\sum_{k=0}^{i}a_{pijkd}\,\Delta X_{rk0}+\sum_{l=0}^{j}b_{pijld}\,\Delta X_{s0l}\right\}+\Delta q_{pij} \qquad (2)$$

式(2)の導入過程については、文献1)、2)を参照されたい。

3．数値解析例

本解析法による偏平シェルの幾何学的非線形解析の数値解の精度を明らかにするために、Fig.1 に示すような３種類の偏平シェルに関して、周辺を単純支持(ピン)された等厚な偏平シェルに等分布荷重を満載する場合の荷重～変位曲線を既往の解析結果[3),4)]とともに Fig.2～4 に示す。同図より本法による解析は、既往の結果とよく一致しており、本法は、偏平シェルの幾何学的非線形解析にも十分な精度で適用できるものと考えられる。なお、任意の境界条件および変断面性を持つ偏平シェルに関しての解析結果は、当日発表する。

[参考文献]

1) 崎山毅, 松田浩：変厚矩形板の曲げの一解析法, 土木学会論文報告集, 第338号, pp.21-28, 1983.

2) 森田千尋, 崎山毅, 松田浩：矩形板の幾何学的非線形問題の一解析法, 構造工学論文集, Vol.37A, pp279-286, 1991.

3) R.H.Leicester : Finite Deformations of Shallow Shells, Proc.of ASCE, Vol.94, No.EM6, pp.1409-1423,1968.

4) E.Ramm : Geometrisch Nichtlineare Elastostatik und Finite Elemente, Habilitation, Universität Stuttgart Bericht, Nr.76-2, 1976.

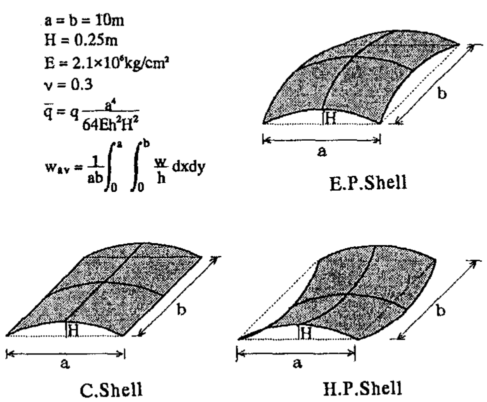

Fig.1 種々の形状を持つ偏平シェル

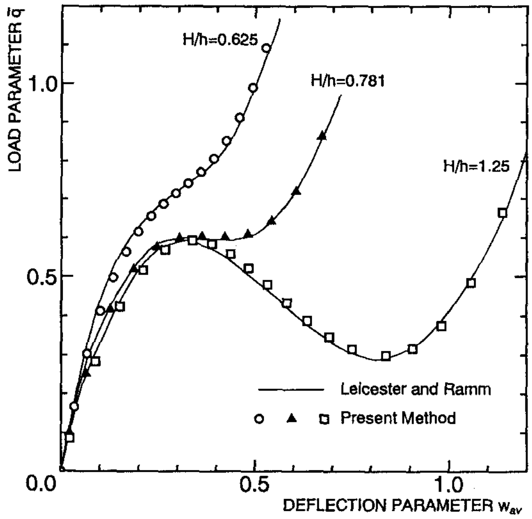

Fig.2 E.P.Shell の荷重～変位曲線

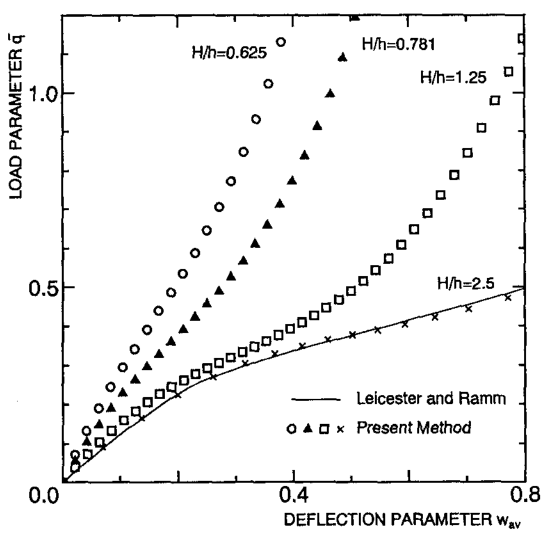

Fig.3 C.Shell の荷重～変位曲線

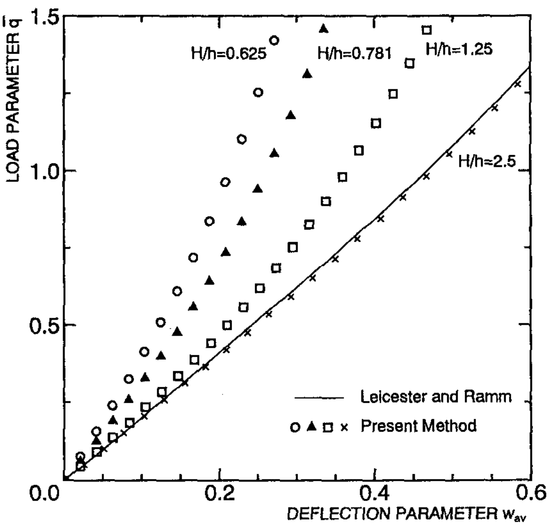

Fig.4 H.P.Shell の荷重～変位曲線