

シェルの非線形解析

岐阜県正員○矢橋正彦
 岐阜大学工学部 正員 森脇良一
 岐阜大学工学部 正員 奈良敬

1. まえがき 最近の土木構造物では景観が重視されるようになり、橋梁を中心に曲面を有する構造物が積極的に採用される傾向にある。さらに、将来的に宇宙構造物を想定した場合さまざまな形の分布荷重に対して面内方向の応力によって抵抗するシェル構造物が主流になると考えられる。このことを背景に、シェルを対象とした構造解析法を開発しそれに基づいた極限強度の評価が重要である。そこで本研究では、極限状態において弾塑性挙動を示す土木構造物に対して、構造物の強度をそれが耐えられる最大の荷重、すなわち極限強度で評価することを目的として、シェルの弾塑性解析法を開発することを目的とする。

2. 解析法 有限要素法により曲面を多数の平面要素の集合として取り扱ういわゆる平面近似の方法を使う。ここでは、面内回転剛性を導入し、並進変位3成分、回転変位3成分の1節点6自由度の三角形板要素¹⁾を用いて解析を行う。解析法の概要を以下に示す。

1) 面内回転剛性の導入 micropolar 理論²⁾による micro 変形に対応した面内回転剛性を導入した。この理論は、伸びおよびせん断変形に対して剛な micro 要素を考え、回転変形のみを考慮するという仮定に基づいており、ひずみ-変位関係式を次式で表している。

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_x &= \partial \bar{u} / \partial x + 1/2 (\partial \bar{w} / \partial x)^2 \\ \bar{\epsilon}_y &= \partial \bar{v} / \partial y + 1/2 (\partial \bar{w} / \partial y)^2 \\ \bar{\gamma}^*_{xy} &= \bar{\gamma}_{xy} + \bar{\gamma}_\beta \\ &= \partial \bar{u} / \partial y + \partial \bar{v} / \partial x + \partial \bar{w} / \partial x \cdot \partial \bar{w} / \partial y \\ &\quad + 2 \{ \theta^*_z - 1/2 (\partial \bar{v} / \partial x - \partial \bar{u} / \partial y) \} \end{aligned} \quad (1)$$

これらの変形量を図-1に示す。つまり、式(1)の $\bar{\gamma}_\beta$ が通常の弾性論に付加された関係式である。そして、この micro 回転と macro 回転が一致した時、弾性論に対応するものと考えている。また、この時のせん断応力度は次式で表されている。

$$\bar{\tau}_{xy}^* = \bar{\tau}_{xy} + \bar{\tau}_\beta = G \bar{\gamma}_{xy} + G \bar{\gamma}_\beta \quad (2)$$

ここにGはせん断弾性係数である。

2) 接線剛性マトリックスの誘導 本解析法で用いる変位関数は、要素面内の変位 u, v 及び回転角 θ_z は、 x, y の一次式で、面外変位 w は面積座標による多項式を用いている。また、弾性域では Hooke の法則が、塑性域では Prandtl-Reuss の応力-ひずみ式が成立し、von Mises の降伏条件式が成立するものと考え、系の全ポテンシャルエネルギー増分の停留条件より誘導した。

3) 剛体変位の除去 鈴木ら³⁾が採用している方法を用いた。すなわち、反復計算過程において変形前後の要素座標系を用いて剛体変位を除去した。

4) 不つり合い力の算定 各要素の節点力の増分量に、剛体変位を除去して得られた真の変位より算定した節点力を加え、これを全体座標系へ変換し全要素について集成することにより、真の節点力を得た。

分布荷重については、節点力と節点変位による外力仕事と、分布荷重と変位関数による外力仕事が等価なことより、面外成分と面内成分に分けて、外力に等価な節点力に置き換えた。

3. 数値計算例とその考察 ここでは2つの数値計算例について考察する。

1) 等分布圧力を受ける円筒シェル屋根 図-2に示すような全周辺が固定支持された円筒形シェルに等分

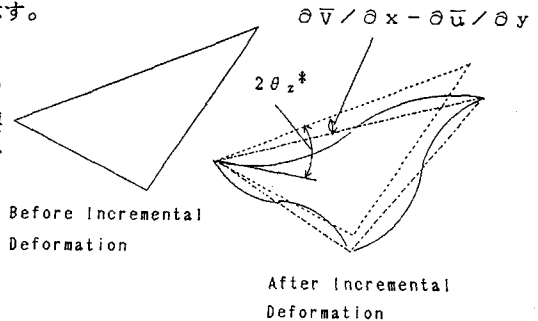


図-1 面内回転剛性

布圧力が作用する場合を解析した。図-3は、等分布圧力と円筒形シェル中央 C 点におけるたわみ w の関係を示す。図中、1点鎖線は線形解を示す。また破線は Brebbia-Connor (四辺形要素、要素分割 8×8)⁴⁾ および実線は本解析法 (三角形要素、要素分割 8×8) による数値計算結果を示したものである。この図より、シェルが線形解よりもかなり小さい荷重下において、連続的に剛性が低下していくことがわかる。すなわち、線形解では崩壊荷重を過大評価してしまうことが言える。また、図 4 に要素分割 8×8 の場合の等分布圧力と中央部要素の曲げ応力度の関係を示す。図-3、図-4より曲げ応力度 σ_B がわずかに $35 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$ ほどに対して、中央部のたわみ W が板厚の約2倍の 0.65 cm ほどたわんでいることがわかる。このことより、かなり非線形性が強いことがうかがえる。すなわち、正しい解を得るには非線形挙動を忠実に追跡しなければならないことがわかる。

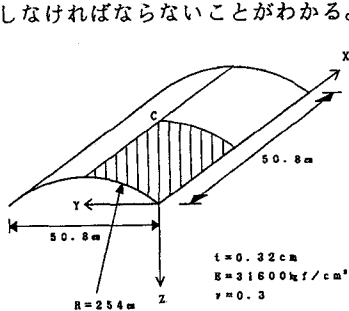


図-2 解析モデル

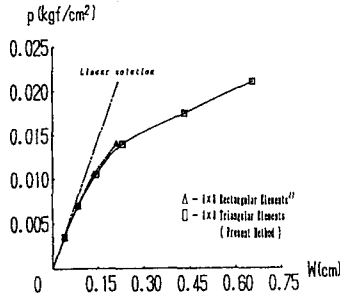


図-3 p-w 曲線

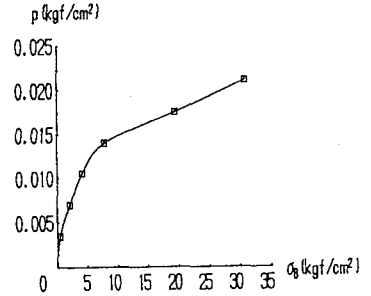


図-4 p-σ 曲線

2) 集中荷重を受ける円筒シェル シェルのライズによる本解析法の適用限界を明らかにするために、図

-5に示すような端部が自由辺で円筒の中央部 a 点に集中荷重を受ける円筒形シェルを解析し、Timoshenkoらの解析解⁵⁾と比較した。表-1に a 点のたわみ w_a と b 点の y 方向変位 v_b を解析解⁵⁾と各分割数における本解析法により得られた解とを比較したものを示す。

表-1は、点 a、b の変位のみと比較ではあるが、かなり粗い要素分割においても、解析解⁵⁾に近い値が得られており、本解析法の妥当性が明らかとなった。

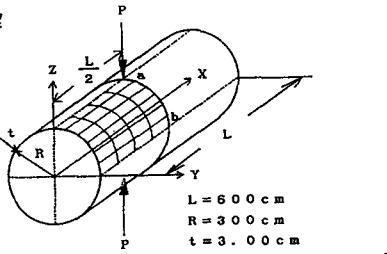


図-5 解析モデル

表-1 解析解⁵⁾分割数による比較

	w_a (cm)	誤差(%)	v_b (cm)	誤差(%)
解析解 ⁵⁾	4.5197	-	4.1557	-
2×3 分割	4.5506	0.68	3.9990	-3.77
4×6 分割	4.6698	3.32	4.1563	0.01
6×9 分割	4.6874	3.71	4.1746	0.45
8×12 分割	4.6975	4.27	4.1760	0.49

4. 結論 本研究の、面内回転変位を含む 1 節点 6 自由度の三角形平板要素を使用した、平面近似によるシェルの非線形解析において、非線形の過程を追跡することができた。また、円筒のライズによる制限は今回の数値計算例の範囲でないものと思われる。しかし、今回解析の対象としたモデルは、円筒形シェルについてのみであり、球形シェルなどは対象になっていない。そこで今後、任意形状のシェルの解析のために、アイソパラメトリック要素を使用した解析法に拡張していくことを検討したい。

参考文献 1) 森脇良一・奈良 敬・岩木和洋：薄肉鋼板構造の立体弾塑性有限変位解析，平成3年度土木学会中部支部研究発表会講演概要集，1-6，1992年3月。2) 松岡 理・飯島俊比古：種々の一般化された連続対力学理論の相互関連についての一考察，日本建築学会論文報告集，第215号，1974年1月。3) 鈴木敏郎・金子洋文：有限要素法による部材構成板要素の座屈及び座屈後挙動の大変形解析，日本建築学会論文報告集，第316号，1982年6月。4) Brebbia, C. A. and Connor, J.: Geometrically Non-Linear Finite Element Analysis, Proc. Am. Soc. Civ. Eng., Vol. 95, EM2, 1969. 5) Timoshenko, S. and Woinowsky-Krieger, S.: Theory of Plates and Shells, 2nd ed., McGraw-Hill, 1959.