

ダイアフラムを考慮した箱形断面薄板集成構造物の有限三角級数解析

群馬工業高等専門学校 正員 ○ 末武義崇
早稲田大学理工学部 正員 平嶋政治

1. まえがき

代表的な土木構造物である道路橋に、薄肉断面を有する構造物が使用されるようになって久しい。薄肉構造物の場合、構成要素の薄板としての挙動の影響を無視して解析することは、必ずしも妥当ではない。従って、薄肉構造物を解析する際には、各構成要素を全て薄板とみなし、薄板集成構造物として解析することが望ましい。本報告では、箱形断面を有する薄板集成構造物の解析にあたり、構成要素としての薄板部材を全て薄板理論に基づいて解析することにし、有限三角級数解析の手法に従って解析解を求めることを試みる。その際、従来から困難とされている、ダイアフラムをも含めた薄板解析の可能性について検討する。

2. 構造物のモデル化

本報告で解析対象とするのは、図1に示したような中間ダイアフラムを有する箱桁である。前述のように、ここでは箱桁を構成するすべての構成要素を薄板とみなした解析の可能性について検討する。

本報告では、箱桁全体が(L-1)個の中間ダイアフラムによって仕切られたL個の区間よりなると考え、第r区間に位置する薄板部材を(r, q) (但し、q=1~4)で表し、中間ダイアフラム

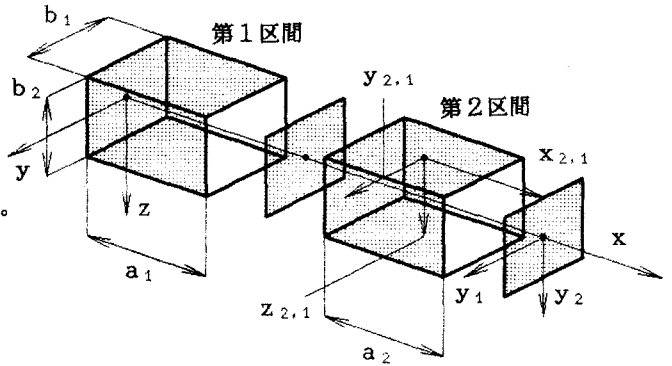


図1. 薄板集成構造物と見なした箱桁

に相当する部材を(r)で表すことにする。その際、上フランジおよび下フランジはそれぞれq=1, 3に、左右のウェブはそれぞれq=2, 4に対応すると考える。なお、ここでは端ダイアフラムについては考慮しない。全体座標系および部材毎に設けた局所座標系は、図1および図2に示したとおりである。

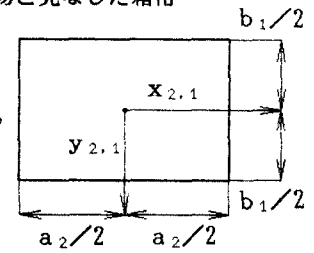


図2. 局所座標系

3. 薄板解析と接合条件

各薄板部材の解析に当たっては、部材毎の面内変位 $u^{(r,q)}, v^{(r,q)}$ および面外変位 $w^{(r,q)}$ を、複素表示の有限三角級数で表すことにした。すなわち、面外変位 $w^{(r,q)}$ を例にとって示せば次式のようなになる。

$$w^{(r,q)} = \sum_{m=1}^{M_r} W_{1,m}^{(r,q)}(y_q) \exp(i\lambda_m^{(r)} x_r) + \sum_{n=1}^{N_q} W_{2,n}^{(r,q)}(x_r) \exp(i\mu_n^{(q)} y_q); \lambda_m^{(r)} \equiv \frac{2m\pi}{a_r}, \mu_n^{(q)} \equiv \frac{2n\pi}{b_q} \quad (1)$$

式(1)および面内変位に関する同様の式を薄板理論の基礎方程式に代入し得られた常微分方程式を解けば、1個の薄板部材につき合計で16(Mr+Nq+1)個の任意定数を含む一般解が導かれる。従って、箱桁モデル全体で生ずる任意定数の総計は、16{4\sum_{r=1}^L Mr + (3L-1)(N1+N2) + (5L-1)}個となる。これらの任意定数は、各薄板部材間の境界条件(以下、「接合条件」)および桁端部の境界条件を適用することで決定

することができる。各接合辺において適用すべき境界条件は、表1にまとめた6種類の条件に分類される。フランジとウェブとの接合辺においては、条件③・④から2個ずつの条件式が得られるから計8個の条件式が成立し、ダイアフラムとフランジあるいはウェブとの接合辺においては、条件①・④・⑤よりそれぞれ2個、条件③より4個、計12個の条件式が成立する。ダイアフラムとフランジあるいはウェブとの接合辺における接合条件の例として、条件①・②に関する条件式を以下に示す。

表1. 接合条件の分類

1) 変形の適合条件	2) 力のつりあい条件
①交角の直交性保持	②モーメントのつりあい
③たわみと軸直角方向 面内変位との連続	④有効せん断力と 膜力とのつりあい
⑤軸方向面内変位の連続	⑥せん断膜力のつりあい

$$M_x^{(r,1)} \Big|_{x_r=a_r/2} - M_x^{(r+1,1)} \Big|_{x_{r+1}=-a_{r+1}/2} + M_{y_2}^{(r)} \Big|_{y_2=-b_2/2} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial w(r,1)}{\partial x_r} \Big|_{x_r=a_r/2} = \frac{\partial w(r+1,1)}{\partial x_{r+1}} \Big|_{x_{r+1}=-a_{r+1}/2} = - \frac{\partial w(r)}{\partial y_2} \Big|_{y_2=-b_2/2} \quad (3)$$

4. 任意定数の決定方程式

薄板の基礎方程式と式(1)とから得られた前述の一般解を、式(3)・(4)で例示された接合条件式および桁端部の境界条件式に代入し整理すれば、任意定数を決めるための決定方程式を導くことができる。但し、その際以下に述べるような級数の並べ換えを伴った整理が必要となる。式(1)と同様に、薄板部材(r, q)のたわみの表示を例にとって説明する。接合辺 $x_r=a_r/2$ におけるたわみの表示は、概略次式の通りである。

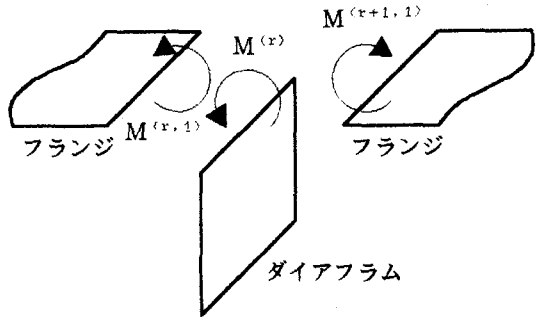


図3. 接合辺上の曲げモーメント

$$w(r,q) \Big|_{x_r=a_r/2} = A_{0,1}^{(r,q)} + A_{0,3}^{(r,q)} y_q + \dots + A_{0,3}^{(r,q)} \{(a_r/2)^4 - y_q^4\} + \Omega_{2,0}^{(r,q)} (a_r/2) + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \left\{ (A_{m,1}^{(r,q)} + A_{m,2}^{(r,q)} y_q) \cosh(\lambda_m^{(r)} y_q) + (A_{m,3}^{(r,q)} + A_{m,4}^{(r,q)} y_q) \sinh(\lambda_m^{(r)} y_q) \right\} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \dots + \Omega_{2,n}^{(r,q)} (a_r/2) \right\} \exp(i \mu_n^{(q)} y_q) \quad (4)$$

ここに、 $\Omega_{2,n}^{(r,q)}(a_r/2)$ は荷重項に対応したたわみの特殊解である。この特殊解の形は、荷重関数を x_r に関してFourier展開するか、 y_q に関してFourier展開するかによって異なる。

接合条件の適用に当たり、式(4)における y_q のべき乗および双曲線関数をFourier展開し、級数の並べ換えを行った式を用いれば、指数関数 $\exp(i \mu_n^{(q)} y_q)$ の係数比較による任意定数決定方程式の誘導が可能となる。なお、上記の特殊解については、桁軸方向に垂直な境界辺上では y_q に、桁軸方向と平行な境界辺上では x_r についてFourier展開して得られた表示をそれぞれ用いることにより、係数比較による決定方程式の誘導を若干容易にすることができる。係数比較を通じて導かれた決定方程式の個数は、フランジとウェブとの接合辺上の条件より $32(2\sum_{r=1}^L M_r + L)$ 個、桁両端の辺上の条件より $32(N_1 + N_2 + 1)$ 個、ダイアフラムとの接合辺上の条件より $48(L-1)(N_1 + N_2 + 1)$ 個となり、前述の任意定数の総数と一致する。従って、任意定数の決定方程式を解くことができ、箱桁の薄板集成構造物としての挙動を有限三角級数によって近似することの可能性を指摘できる。実際には、数値計算を実施して級数の並べ換えや特殊解の選択の妥当性を定量的に評価しなければならない。数値計算結果については、講演会当日に発表する予定である。