

I-95

剛結平面骨組の弾塑性分岐挙動の解析

名古屋工業大学 学生員 宮下 敏 名古屋工業大学 正 員 後藤 芳顯
 名古屋工業大学 正 員 小畑 誠 東京大学 正 員 西野 文雄

1. まえがき: 構造物の幾何学的非線形性に起因する分岐挙動は, 構造物の終局限界状態と密接に関係しているためこの特性を知ることは構造物の設計においても重要である。弾性構造物の分岐挙動に関しては既に多くの研究が報告されているが, 通常の構造物においては臨界状態において材料の非線形特性が関与することが多く弾塑性臨界挙動の解析を行うことが必要となる。しかしながら, 弾塑性分岐に関しては連続体に対する基本概念の提示と単純な低自由度系構造物の解析例¹⁾は報告されているが, 弾性解析におけるような多自由度系離散構造を解析する実用的な手法は定式化が簡単なトラス構造を除いてほとんど提示されていないのが現状である。ここでは剛結骨組を対象とし比較的一般性を持った厳密な分岐解析手法を提示するとともに数値計算例により分岐特性について検討する。手法としてはHutchinsonが連続体について示した基本概念¹⁾を、接線剛性を用いる範囲で多自由度離散系を対象に具体化したものを用いる²⁾。

2. 一軸応力下の弾塑性構成則: 部材の構成関係は基本的にはPlastic-zone-theoryにもとづいて考慮する。Bernoulli-Eulerはりのモデルを用いるので、応力ひずみ関係は、一軸下のものが対象となる。ここでは特に指定しない場合には、ひずみ硬化を考慮した、図1に示すようなものを用いる。また、残留応力については、図2に示すRolled I-sectionに対応するものによる。これらはいずれもECCS³⁾において提示されているものである。なお、本解析手法においては、上記の他に任意の構成則、残留応力分布が考慮できる。

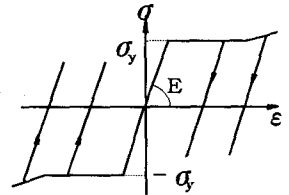


図1 一軸応力下の応力歪関係

3. 骨組要素の幾何学的非線形性を考慮した接線剛性方程式の誘導: 本研究では有限ひずみ有限変位の解に収束する剛体変位除去の手法により要素接線剛性方程式を導く⁴⁾。この手法は全変位を要素変形成分と剛体変位成分に分解し、剛体変位成分を除くことにより大変形も微小変形として扱うことができるというものである。この手法のもとで得られる接線剛性行列は対称で、要素分割数を増加させると厳密解へ収束する。

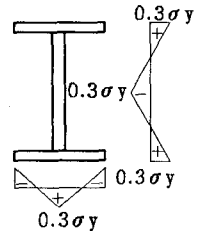


図2 残留応力分布

4. 弾塑性分岐解析: ここでは分岐点における接線剛性マトリックスの零固有値に対応する固有ベクトルを利用する⁵⁾。分岐点において全体系に関する接線剛性方程式が基本経路(添字 f)、分岐経路(添字 b)に関して次のように表されるとする。

$$\Delta F_i = \Delta K_i^f; \Delta U_i^f, \quad \Delta F_i = \Delta K_i^b; \Delta U_i^b \quad (1, a, b)$$

分岐点が存在すれば式(1, a, b)が同時に成立し、Hillの分岐条件⁵⁾はcomparison solidsの接線剛性 ΔK_i^f を用いて表すと次式(2)となる。

$$\Delta \Pi = (\Delta U_i^b - \Delta U_i^f) \Delta K_i^f; (\Delta U_i^b - \Delta U_i^f) + (\Delta U_i^b - \Delta U_i^f) \{ (\Delta K_i^f; - \Delta K_i^f;) \Delta U_i^f + (\Delta K_i^b; - \Delta K_i^f;) \Delta U_i^b \} = 0 \quad (2)$$

ここでは、分岐が構造物の終局限界に関与する場合ということで、極限点以下の単調増加する基本系路上で分岐する場合を対象とする。この場合式(2)が初めて満足されるのは、接線剛性が連続的に変化する場合においては以下の条件式が成立するときである。

$$\det |\Delta K_i^f;| = 0, \quad \Delta \mu = 0, \quad \Delta U_i^b - \Delta U_i^f = C U_i^f \quad (3, a-c)$$

ここに、 $\Delta \mu$ は式(2)の第2項、また U_i^f は ΔK_i^f の零固有値に対応する固有ベクトル、 C は任意定数である。ここで C は式(2)第2項が零となる条件を用いて求める。すなわち弾塑性分岐では、分岐方向で除荷する部材も、分岐の瞬間では除荷することはないから、基本経路方向ひずみ増分を $\Delta \epsilon_i^f$ 、分岐経路方向ひずみ増分を $\Delta \epsilon_i^b$ とすれば、

$$\Delta e_i^* \geq 0, \Delta e_j^* \geq 0 \quad (4, a, b)$$

この式(4)の条件に式(3.c)とひずみ変位関係を用いることにより定数Cの取り得る範囲が求められ、その中で最小の値を C_{min} とすれば分岐方向ベクトルは次式で表される。

$$\Delta U_i^* = \Delta U_j^* + C_{min} \cdot U_j^* \quad (5)$$

これを分岐方向の変位増分ベクトルとして収束計算を行えば分岐経路の第1ステップの解が得られる。なお、本解析は接線剛性しか考慮していないので多重分岐や $\det | \Delta K_i^* | < 0$ での分岐は考慮できない。

5. 数値計算例と考察: 図3は本弾塑性有限変位解析の妥当性を検討する目的でChenらのPlastic-Zone-Theoryを用いた極限点挙動の解析⁵⁾との比較を行っている。これより本解析法とChenらの結果とは良く一致しており、本手法の妥当性が確認される。さらに本解析では後座屈領域まで精度良く解析される。また図4, 5は脚ピン固定の門型骨組の柱上およびはり上に集中荷重が載荷した場合の弾塑性分岐挙動を解析した荷重水平変位関係を示したものである。これらの図には比較のため、除荷を考慮していない非線形弾性の構成則を用いた結果も記入している。図より弾塑性分岐においては、弾性分岐と異なりいずれも分岐後荷重が増加し、分岐後においても骨組の挙動が安定で、分岐後極限点に至って初めて構造が不安定になることを示している。しかしながらこの荷重の増加は非線形弾性モデルと比較すると微小で、ここでの解析の範囲では非線形弾性モデルを用いれば安全側に精度良く解析しうることを示唆している。なお図6には分岐時の部材の塑性化状態ならびに中立状態となる位置を示している。

6. まとめ: 平面剛結骨組の弾塑性臨界挙動である分岐挙動, 極限点挙動を正確に解析し得る手法を提示するとともにその数値解析例を示した。

【参考文献】1) Hutchinson, J. W. : J. Mech. Phys. Solids, Vol. 21, pp163-190, 2) 後藤芳顯, 大鹿克敏, 川西直樹, 小畑誠 土木学会論文集1992. 4, 3) ECCS Ultimate Limit State Calculation of Sway Frames with Rigid Joints 1984, 4) Hill, R. : J. Mech. Phys. Solid, Vol. 13, 1965, 5) W. F. Chen: Structural Engineering, CE-STR-91-1.

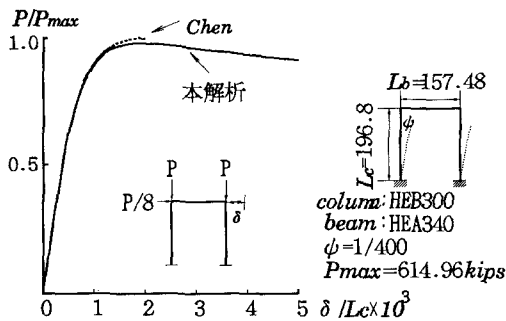


図3 Chenの結果⁵⁾との比較

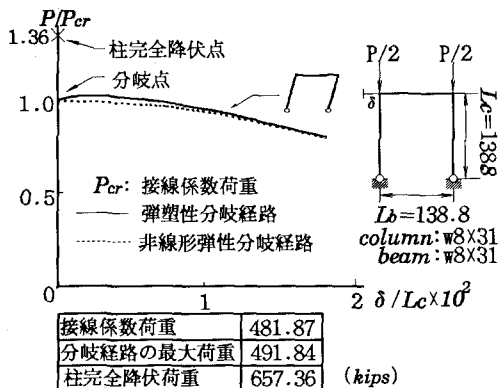


図4 脚ピン結合柱上載荷

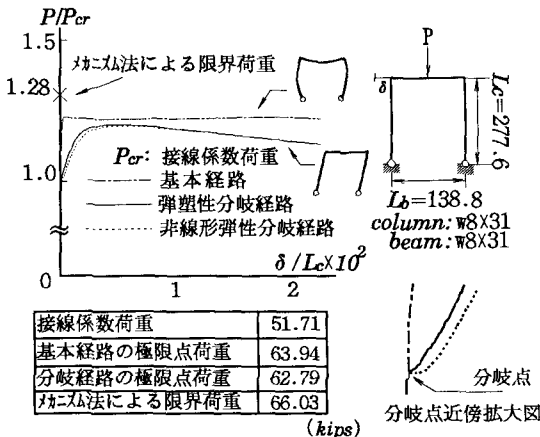


図5 脚ピン結合はり中央載荷

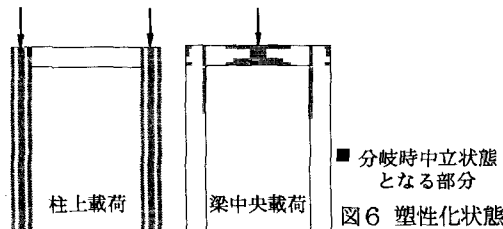


図6 塑性化状態