I-78　不完全合成板の簡易計算法について

北海道大学工学部　正員　佐藤　浩一

１．まえがき

不完全合成桁の曲げ解析に関して、鋼桁の断面二次モーメントを基準にし、その増加率を求め、初等はり理論で計算する簡易計算法を示している[1]。これに対し、不完全合成板の簡易計算法に関しての文献はほとんどないようである。本報告は不完全合成板の曲げ解析を完全合成板の板剛性を基準にして、その減少率で評価し、古典的平板理論で計算する簡易計算法について報告するものである。

２．不完全合成板のたわみに関する微分方程式

図－１，２は本報告で用いる合成板であり、図－３はその断面を示している。不完全合成板のたわみに関する微分方程式は次の２個の微分方程式である[2),3)]。（記号、誘導などの詳細は文献を参照）。

$$\left\{\begin{array}{ll}\nabla^4 w_v = \dfrac{p_z}{D_v} & \cdots\cdot(1a)\\[2ex] \nabla^4 w_e - \kappa^2\nabla^2 w_e = \dfrac{p_z}{D_e} & \cdots\cdot(1b)\end{array}\right.$$

ここで

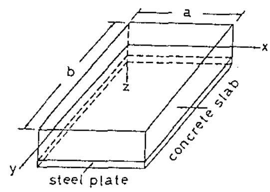
$$D_v = E_s' I_v \;;\; D_e = D_v\frac{\bar{n}\,I_s + I_c}{A_c s_c s} \quad \cdots(2)$$

$$\kappa^2 = \frac{\bar{n}\,I_v}{\bar{n}\,I_s + I_c}\,\frac{K\bar{n}}{E_s' A_c}\,\frac{s}{s_c} \quad \cdots(3)$$

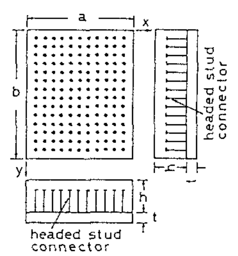
また、不完全合成板のたわみは次式で求まる[2),3)]。

$$w_{ve} = w_v + w_e = w_v\left(1 + \frac{w_e}{w_v}\right) = w_v(1+\gamma) \quad \cdots(4)$$

$$\gamma = \frac{w_e}{w_v} = \frac{D_v}{D_e}\cdot\beta = \frac{A_c s_c s}{\bar{n}\,I_s + I_c}\cdot\beta = \frac{A_c s_c s}{\bar{n}\,I_s + I_c}\cdot(1-\alpha) \quad \cdots(5)$$



図－１　合成板



図－２　合成板

式(5)のβは文献[2),3)]に示されているように総和の比である。文献では四辺単純支持の場合の合成板を解析するために、式(5)で定義されるα，β，γの無次元量のパラメータを導入して静的解析結果を整理している。α あるいは β と κa(無次元量) との関係を図示すれば文献[2)]の図－６あるいは文献[3)]の図－７のとおりである。

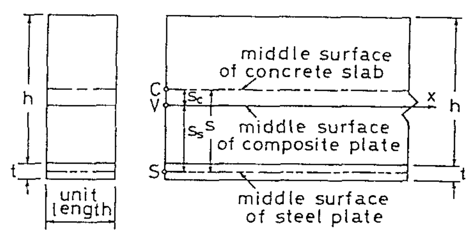
３．不完全合成板のたわみに関する簡略化微分方程式

本報告で示す簡略化微分方程式は次式のとおりである。

$$\nabla^4 w_{ve} = \frac{p_z}{D_{vv}} \quad \cdots\cdots(6)$$

ここで

$$D_{vv} = D_v/(1+\gamma) = E_s'\frac{(I_{cs} + I_{csv})\cdot(I_{csv})}{I_{cs} + \beta\cdot I_{csv}} \quad \cdots(7)$$



図－３　合成断面

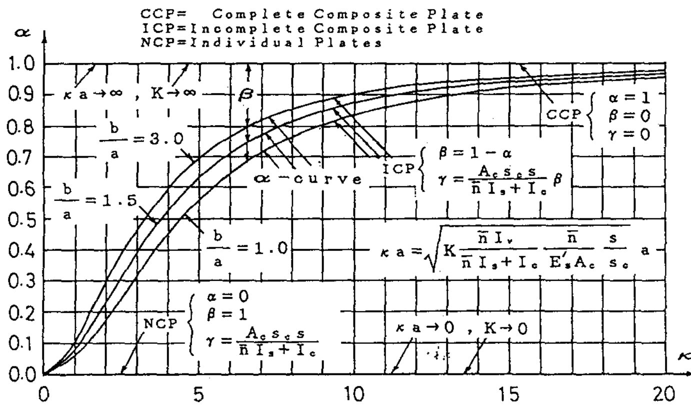
$$I_{cs} = I_s + \frac{I_c}{\bar{n}} \;;\; I_{csv} = \frac{A_c s_c s}{\bar{n}} \;;\quad \beta = \frac{1}{1+\dfrac{\kappa^2}{\mu^2}} \;;\; \mu^2 = \frac{\pi^2}{a^2} + \frac{\pi^2}{b^2} \quad \cdots\cdots(8)$$

D_{vv}は不完全合成板の場合の換算板剛性であり、D_vは完全合成板の場合の板剛性である。

鋼·コンクリート合成板はジベルの合成効果により次の３つに分類されている。(1)ジベルが完全に剛である場合が完全合成板(K＝∞)，(2)ジベルの弾性変形を考慮する場合が不完全合成板(０＜K＜∞)，(3)ジベルがない場合あるいはジベルの合成効果が全くない場合が重ね板(K＝０)。ここで、Kはジベルのばね定数であり、重要な定数である。このKは文献[4]で求めるものとする。なお、$\beta=0$ ($\kappa=\infty$)ならば完全合成板、$0<\beta<1$ ならば不完全合成板、$\beta=1$ ($\kappa=0$)ならば重ね板の場合である。

４．簡易計算法

図－１，２において、四辺単純支持で等分布満載荷重の場合の簡易計算法を以下に示す。
まず、断面諸元を与え、文献[4]によりジベルのばね定数Kを求め、式(3)でκを求め、式(8)でβを求め、式(7)で換算板剛性D_{vv}を求めて、式(6)を解析すればよい。図－４は縦軸は合成度α ($=1-\beta$)であり、横軸に κa(無次元量)をとり、パラメータとして辺比 b/a をとって図示したものである。図中において、ＣＣＰは完全合成板の場合であり、ＩＣＰは不完全合成板の場合であり、ＮＣＰは重ね板の場合を示している。次に、図－４の使い方と計算例を示す。図－１において、a=2m，b=3m，κ=5/m，とすれば、b/a=1.5，κa=10となり、図－４より$\alpha \fallingdotseq 0.87$ ($\beta \fallingdotseq 0.13$)と読み取れる。また、式(8)より$\beta$を計算すれば、$\beta=0.1248$ と求まる。図からは２桁程度しか読み取ることができないが、図からの値と計算値はほぼ一致していることがわかる。なお、本簡易計算法は鋼·コンクリート合成板に限らず、等方性材料であり、弾性係数、ポアソン比、板厚等の異なる二枚の板を接着剤で合成した二層板において接着剤の弾性変形を考慮した場合(即ち、不完全合成二層板)の計算にも適用できるものと思われる。



図－４　不完全合成板のα曲線（等分布満載荷重の場合）

５．あとがき

本研究で得られた結論は次の通りである。

1) 四辺単純支持の場合、ばね定数K(文献[4]で求める)と断面諸元を与えて式(8)のβを求めれば、簡単に合成板の合成度を求めることができる。また、完全合成板、不完全合成板および重ね板のたわみは式(6)で簡単に求めることができる。計算はパソコンで十分である。
2) 図－４のα曲線は文献[2),3)]のα曲線とほとんど重なる。このことは不完全合成板の場合の静的たわみをフーリエ級数展開して、有限項のうち、第一項のみ考えて、その比をとった場合であり、無限項(実際の計算では有限項)の和の比とほとんど同じになること示している。

(参考文献)　1) 山本　稔：不完全合成桁の曲げ理論、土木学会論文集、No.67、pp.1-10、1960.3.
2) 井上稔康、佐藤浩一、渡辺昇：不完全合成板の解析について、構造工学論文集、Vol.36A、pp.1245-1258、1990.3.　3) Koichi Sato：Composite Plates of Concrete Slabs and Steel Plates, J. Engrg. Mech., ASCE, 117(12), pp.2788-2803, 1991.　4) Newmark, N.M., Siess, C.P., and Viest, I.M.：Tests and Analysis of Composite Beams with Incomplete Interaction, Proc. of the Society for Experimental Analysis, Vol.9, No.1, pp.75-93, 1951.