I-71　隔壁で補剛された鋼製箱桁の自由振動解析

鳥取大学工学部　正員〇神部　俊一
鳥取大学工学部　正員　山本　真二
大本組　丸山　裕士

１．まえがき

伝達マトリックス法により定式化された一般化座標法を用いて数値解析を行い、３室断面を有する鋼製箱桁の自由振動性状に及ぼす桁の横断面の変形とラーメン型の中間隔壁の剛性の影響を明らかにする。本報では、行列演算に伴う過大な数値誤差の発生を防止して精度の良い解を得るために、構造を部分構造に分割して状態量の伝達区間を短くし、部分構造の両端から内側に向けて通常の伝達マトリックス法による演算を進めていく解析手法である“はさみ込み法”を用いている。

２．基礎方程式

一般化変位と一般化断面力とを用いて混合法により定式化された一般化座標法における基礎方程式[1)]の荷重項をダランベールの原理に基づいて慣性力で置き換えると、箱桁の自由振動を記述する一連の方程式が得られる。　次いで、状態量を座標関数と時間関数との積の形で表し、上述の一連の方程式に変数分離法を適用すると座標関数に関する一連の基礎方程式が得られる。　それらを無次元表示すると次のようになる。

構成方程式：
$$\mathbf{V}'(z) = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C}^{T}\mathbf{U}(z) + \gamma\mathbf{R}^{-1}\mathbf{Q}(z) \qquad \cdots\cdots (1)$$
$$\mathbf{U}'(z) = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{M}(z) \qquad \cdots\cdots (2)$$

平衡方程式：
$$\mathbf{M}'(z) = (\gamma^{-1}\alpha^{-2}\mathbf{H} - \lambda^{2}\mathbf{A})\mathbf{U}(z) + \alpha^{-2}\mathbf{C}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{Q}(z) \qquad \cdots\cdots (3)$$
$$\mathbf{Q}'(z) = -\lambda^{2}\mathbf{S}\mathbf{V} \qquad \cdots\cdots (4)$$

ここに、$\mathbf{A}$，$\mathbf{B}$，$\mathbf{C}$，$\mathbf{R}$，$\mathbf{H}$，および $\mathbf{S}$ は一般化座標ベクトル $\mathbf{\Phi}(s)$，$\mathbf{\Psi}(s)$，　および $\mathbf{X}(s)$により構成される一般化剛性係数行列であり、$\mathbf{U}(z)$と $\mathbf{V}(z)$ は一般化変位ベクトルを、$\mathbf{M}(z)$ と $\mathbf{Q}(z)$は一般化断面力ベクトルを意味する。　さらに、λは固有円振動数ωに関係する無次元のパラメータであり、γおよびαは、それぞれ、弾性定数と箱桁の寸法に関係する無次元の係数である。

３．格間行列

一般固有値問題　$\mathbf{S}\mathbf{y} = \nu^{2}\mathbf{R}\mathbf{y}$ および $\mathbf{H}\mathbf{x} = \kappa^{2}\mathbf{A}\mathbf{x}$ の解より構成されるモーダルマトリックスと固有値行列 $\mathbf{X}$，$\mathbf{K}_m^{2}$ および $\mathbf{Y}$，$\mathbf{N}_n^{2}$ を利用して変数変換　$\mathbf{V} = \mathbf{Y}\widehat{\mathbf{V}}$，　$\mathbf{U} = \gamma^{-1/2}\alpha^{-1}\mathbf{X}\widehat{\mathbf{U}}$　$\mathbf{Q} = \gamma^{-1}\mathbf{R}\mathbf{Y}\widehat{\mathbf{Q}}$，　$\mathbf{M} = \gamma^{-1/2}\alpha^{-1}\mathbf{X}\widehat{\mathbf{M}}$　を行い、$\mathbf{T}_m \equiv \gamma^{-1/2}\alpha^{-1}(\mathbf{C}\mathbf{Y})^{T}\mathbf{X}$，　$\widehat{\mathbf{N}}_n^{2} \equiv \gamma\mathbf{N}_n^{2}$　$\widehat{\mathbf{K}}_m^{2} \equiv \gamma^{-1}\alpha^{-2}\mathbf{K}_m^{2}$　と置くと、状態量ベクトル　$\widehat{\mathbf{Y}} = [\ \widehat{\mathbf{V}}^{T}\ \vdots\ \widehat{\mathbf{U}}^{T}\ \vdots\ \widehat{\mathbf{M}}^{T}\ \vdots\ \widehat{\mathbf{Q}}^{T}\ ]^{T}$　を支配する一階の連立常微分方程式が式(1)，(2)，(3)　および　(4)より次式に示すように簡潔な形で求まる。

$$\frac{d\widehat{\mathbf{Y}}}{dz} = \mathbf{L}\widehat{\mathbf{Y}} \qquad \cdots\cdots (5)$$

ここに、
$$\mathbf{L} = \left[\begin{array}{c:c:c:c} \mathbf{0}_{nn} & -\mathbf{T}_m & \mathbf{0}_{nm} & \mathbf{E}_n \\ \hdashline \mathbf{0}_{mn} & \mathbf{0}_{mm} & \mathbf{E}_m & \mathbf{0}_{mn} \\ \hdashline \mathbf{0}_{mn} & (\widehat{\mathbf{K}}_m^{2} - \lambda^{2}\mathbf{E}_m) & \mathbf{0}_{mm} & \mathbf{T}_m^{T} \\ \hdashline -\lambda^{2}\widehat{\mathbf{N}}_n^{2} & \mathbf{0}_{nm} & \mathbf{0}_{nm} & \mathbf{0}_{nn} \end{array}\right] \qquad \cdots\cdots (6)$$

従って、格間行列の表示式 $\mathbf{F}$　は式(5)　より次式で与えられる。

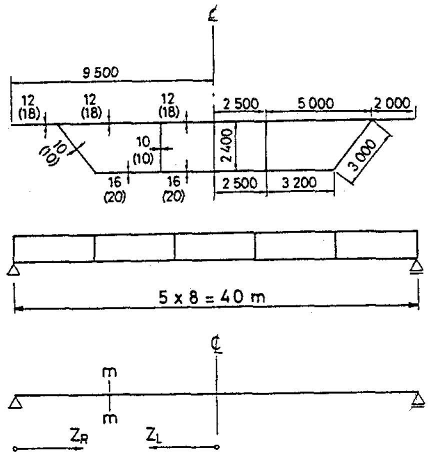
$$\mathbf{F} = \exp(\mathbf{L}z) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{k!}(\mathbf{L}z)^{k} \qquad \cdots\cdots (7)$$

４．格点行列

隔壁の剛性を考慮に入れた一般化断面力に対する静力学的平衡条件式の荷重項を隔壁自体の慣性力で置き換えた式と隔壁の一般化変位に対する適合条件式とから、隔壁の格点行列 $\mathbf{P}$ が次式により求まる。

$$\mathbf{P}=\left[\begin{array}{c|c|c|c} \mathbf{E}_{n} & \mathbf{0}_{nm} & \mathbf{0}_{nm} & \mathbf{0}_{nn} \\ \hline \mathbf{0}_{mn} & \mathbf{E}_{m} & \mathbf{0}_{mm} & \mathbf{0}_{mn} \\ \hline \mathbf{0}_{mn} & \mathbf{0}_{mm} & \mathbf{E}_{m} & \mathbf{0}_{mn} \\ \hline \gamma\mathbf{Y}^{T}(\mathbf{S}_{n}-\lambda^{2}\mathbf{T})\mathbf{Y} & \mathbf{0}_{nm} & \mathbf{0}_{nm} & \mathbf{E}_{n} \end{array}\right] \quad \cdots\cdots (8)$$

ここに、$\mathbf{S}_n$ は箱桁横断面の各種の面内変位モードに対応して求まる隔壁の一般化剛性係数を成分とする行列である。



図－１　構造モデル

５．演算方式

伝達マトリックス法の演算方式によれば、両側座標系に関する格点mの状態量ベクトル $\widehat{\mathbf{Y}}_{mR}$ ，$\widehat{\mathbf{Y}}_{mL}$は部分構造の両端１，２の初期状態量ベクトル $\widehat{\mathbf{Y}}_{1R}$ ，$\widehat{\mathbf{Y}}_{2L}$，境界行列$\mathbf{B}$，格間行列$\mathbf{F}$ および格点行列$\mathbf{P}$を用いて次のように表される。

$$\widehat{\mathbf{Y}}_{mR} = \mathbf{F}_m\mathbf{P}_{m-1}\mathbf{F}_{m-1}\cdots\mathbf{P}_1\mathbf{F}_1\mathbf{B}_{1R}\widehat{\mathbf{Y}}_{1R} \equiv \mathbf{N}_{mR}\widehat{\mathbf{Y}}_{1R} \quad \cdots\cdots (9)$$

$$\widehat{\mathbf{Y}}_{mL} = \mathbf{N}_{mL}\widehat{\mathbf{Y}}_{2L} \quad \cdots\cdots (10)$$

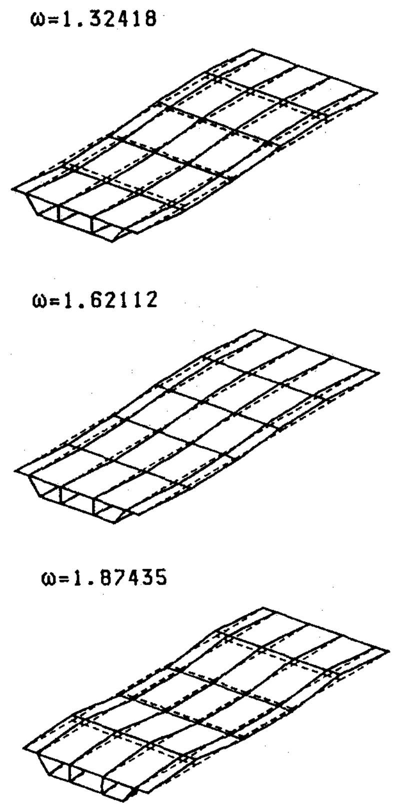
両側座標系に関する着目する格点の２つの状態量ベクトルを関係付けるために導入された接続行列$\mathbf{C}_0$ を用いて得られる次の関係式

$$\mathbf{N}_{mR}\widehat{\mathbf{Y}}_{1R} = \mathbf{C}_0\mathbf{N}_{mL}\widehat{\mathbf{Y}}_{2L} \quad \cdots\cdots (11)$$

を利用すれば振動数方程式が求まる。

６．数値解析

構造モデルは図－１に示す諸元の箱桁でラーメン型の中間隔壁が８ｍ間隔で取り付けられている。　片側半分の部分構造に上述の演算方式を適用して対称と逆対称の固有振動モードのそれぞれについて解析した。解析結果の一部を図－２に示す。　なお、格間行列を作成するに当たり格間長を１ｍに選び、式(7) を級数に展開して１０項迄を採用した。



図－２　固有振動モード

７．むすび

上述の演算方式によれば、この計算例では状態量の伝達区間が１０ｍで済むので箱桁の固有振動特性を高い精度で解析でき、固有振動モードに対して隔壁の剛性の影響が良く現れている結果が得られた。

参考文献

1)　神部俊一、田中善昭、甲斐龍二：はさみ込み法による多室断面鋼製箱桁の断面変形挙動解析、構造工学論文集 Vol.34A, pp. 101～110.