

I-67

差分法による箱形断面薄板集成構造物の弾塑性有限変位解析

三菱重工業(株) 正員 ○小粥 康弘  
 群馬工業高等専門学校 正員 末武 義崇  
 早稲田大学理工学部 正員 平嶋 政治

1. はじめに

近年、土木構造物の長大化にともない、各部材の有効利用という観点から軽量でありかつ耐荷性能の優れた薄肉箱型断面桁が多く用いられるようになってきている。筆者らはこれまでこうした箱形断面を有する構造物を4枚の板から構成される薄板集成構造物としてとらえ、また各板要素の解析には幾何学的非線形性を考慮した平板理論、及び差分法を用いることで箱形の有限変位解析を行ってきた。しかし、限界状態設計法へと移行しつつある現在では、構造物の耐荷力を知るために、材料非線形性をも含めた弾塑性有限変位解析を行うことが要求されている。一方、von Kármánの平板理論とHenckyの全ひずみ理論に基づく一枚板に関する簡易解析手法は、すでに種々の荷重条件を有する矩形板の解析に適用し、良好な成果が得られている。<sup>1)</sup>そこで本報告では、筆者らの従来の解析手法に、この考案された簡易解析手法を適用し、立体構造物としての箱形の弾塑性有限変位解析を実施した。

2. 解析手法

考案された簡易解析手法は、板内部の釣合式として、Airyの応力関数と板のたわみ $w$ とを未知量とする連立偏微分方程式であるが、箱形の变位解析に適用するため3方向の変位 $u, v, w$ を用いた式に書き改めれば、次の3本の式が得られる。なお下線部は非線形項を表している。

$$\alpha_{12}\Omega_{12}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (\alpha_{12}\Gamma_{12} + \beta_{12})\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \beta_{12}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\left\{ \alpha_{12}\Omega_{12}\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + (\alpha_{12}\Gamma_{12} + \beta_{12})\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial x} + \beta_{12}\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right\} \quad (1)$$

$$\alpha_{12}\Omega_{12}\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (\alpha_{12}\Gamma_{12} + \beta_{12})\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \beta_{12}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -\left\{ \alpha_{12}\Omega_{12}\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (\alpha_{12}\Gamma_{12} + \beta_{12})\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial x} + \beta_{12}\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} \quad (2)$$

$$\alpha_{12}\Omega_{12}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(\alpha_{12}\Gamma_{12} + 2\beta_{12})\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \alpha_{12}\Omega_{12}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{12}{t^3}q + \frac{12}{t^3}\left\{ N_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_{xy}\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial x} + N_y\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} \quad (3)$$

$$N_x = \alpha_{12}\left[ \Omega_{12}\left\{ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \right\} + \Gamma_{12}\left\{ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \right\} \right]$$

$$\alpha_2 = 1 / \left\{ \left( \frac{1}{E} + \frac{2}{3}\chi \right)^2 - \left( \frac{\nu}{E} + \frac{\chi}{3} \right)^2 \right\}, \quad \beta_1 = 1 / 2 \left( \frac{1+\nu}{E} + \chi \right)$$

$$N_y = \alpha_{12}\left[ \Omega_{12}\left\{ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \right\} + \Gamma_{12}\left\{ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \right\} \right]$$

$$\Omega_2 = \frac{1}{E} + \frac{2}{3}\chi, \quad \Gamma_2 = \frac{\nu}{E} + \frac{\chi}{3}$$

$$N_{xy} = \beta_{12}\left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y} \right)$$

ここで $E$ はYoung率、 $\nu$ はPoisson比を表し、また $\chi$ は、板の塑性化にともなって生じるパラメータである。応力-ひずみ関係をFig. 1のようなbi-linearなモデルと仮定し、この $\chi$ を圧縮に関する $\chi_m$ と曲げに関する $\chi_b$ とに分けて定式化すればそれぞれ以下のように現される。

$$\chi_m = \frac{3(E-H)}{2EH} \left( 1 - \frac{N_0}{N} \right) + \frac{1+2\nu}{2E} \quad (4)$$

$$\chi_b = \frac{t^3 \bar{\kappa}}{4M_0 \left[ \frac{E-H}{E} \left\{ 3 - 4 \left( \frac{6M_0}{E t^3} \frac{1}{\bar{\kappa}} \right)^2 \right\} + \frac{H t^3}{6M_0} \bar{\kappa} \right]} - \frac{1+\nu}{E} \quad (5)$$

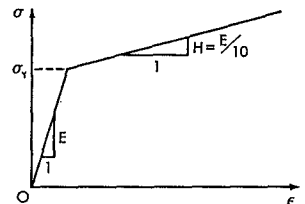


Fig.1 応力-ひずみ曲線

以上の各式及び非線形項を含む板と板との接合条件式を差分法を用いて離散化すれば各格子点における変位を未知量とする非線形多元連立代数方程式を得る。

3. 数値計算法

2節で得られた方程式を解析する手法をFig. 2のフローチャートに示す。すなわち非線形項を右辺に移行し、各荷重増分区間で直接反復法を用いて収束計算を行う。さらにその都度すべての格子点における応力を

算定し、von Mises の降伏条件に基づき降伏判定を行う。降伏した点については条件式中の非線形項に  $\alpha_m, \alpha_b$  を導入し、塑性化の影響を考慮する。

4. 解析モデル

ここでは、上フランジ中央部に部分等分布荷重  $q_0$  が載せられたモデルについての計算例を示す。支持条件は、各板の支持辺を固定支持とし、差分分割数は桁高及び桁幅方向を4分割、桁長方向を6分割とした。モデルの寸法及び材料定数をTable 1に示す。なお桁長および板厚についてはそれぞれ3種類のモデルの解析を行い、各結果を比較した。

5. 解析結果および考察

Fig. 3 に桁長を変化させた場合の、Fig. 4 に板厚を変化させた場合の荷重-変位曲線を示す。図はいずれも縦軸を荷重、横軸をすべての格子点における鉛直下方変位の平均値としている。なお図中大きな黒丸で示した点は、初期降伏荷重である。Fig. 3 より明らかなように初期降伏後はいずれのモデルも変位が急激に増加している。また初期降伏荷重の大きさは、桁の細長比には対応しておらず、ほぼ一定の変位の時降伏していることがわかる。Fig. 4 を見ると各曲線の定量的な差が著しく、板厚の相違が荷重-変位曲線に大きく影響していることがわかる。これらは薄板構造物としての箱桁の挙動を反映しているといえる。Fig. 5 に桁長を変化させた場合の初期降伏後の塑性化状況を示す。Plate A, C がそれぞれ上下フランジであり、Plate B, D が左右のウェブである。図中、降伏点は黒点で示しており、図の下部に荷重の大きさを示した。図を見ても明らかなように載荷点である上フランジを中心に降伏しており、妥当な結果であるといえる。また桁長が長いほど桁中央部より塑性化が進展していく様子がわかる。

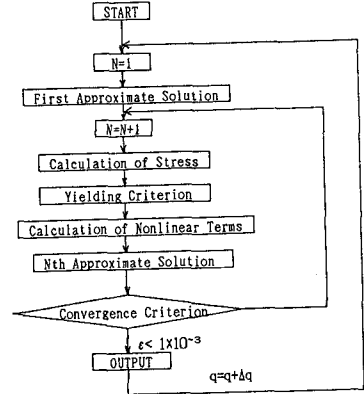


Fig. 2 数値解析フローチャート

Length $L$ (cm)	300, 600, 1000
Height $h$ (cm)	100
Upper Flange $b_1$ (cm)	100
Lower Flange $b_2$ (cm)	100
Thickness $t$ (cm)	0.5, 1, 2
Poisson's Ratio	0.3
Young's Modulus (kg/cm <sup>2</sup> )	$2.1 \times 10^8$
Yielding Stress (kg/cm <sup>2</sup> )	3600

Table 1 寸法及び材料定数

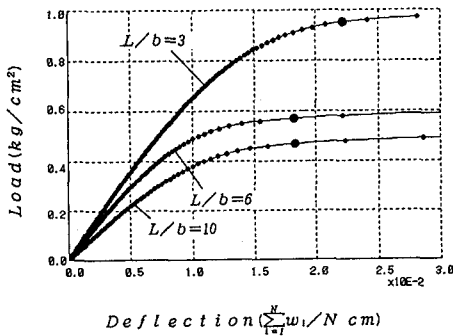


Fig. 3 桁長が異なる場合の荷重-変位曲線

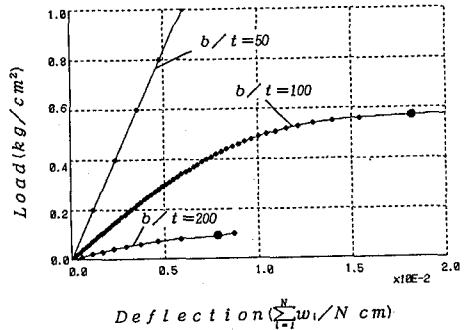


Fig. 4 板厚が異なる場合の荷重-変位曲線

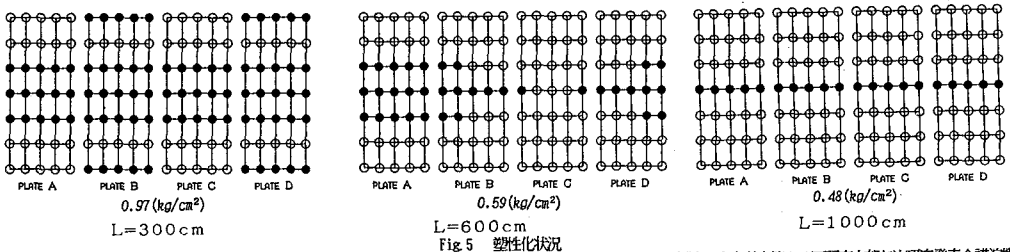


Fig. 5 塑性化状況

参考文献: 1) 対馬、平嶋、依田、木武: 初期たわみを有する圧縮平板の弾塑性たわみ問題の簡易解析法、土木学会第14回関東支部年次研究発表会講演集 P. 4、5