

I-65

二径間連続箱桁の弾塑性せん断遅れ

小松市役所 正員 中川 達也
秋田大学 正員 薄木 征三

1. まえがき

連続桁の支点付近やラーメンの隅角部など曲げモーメントが急変する部材位置においてせん断遅れ(shear lag)現象の影響により断面内の直応力のはり理論からの差異が無視できないことは、弾性問題においても既に明かにされている。弾塑性問題に置けるせん断遅れ現象の解明は使用限界状態を明らかにする上で重要と考えられる。本報告では二径間連続鋼箱桁ばりの一軸曲げを対象とし弾塑性状態での中間支点部のせん断遅れ現象について薄肉はり理論に基づいて検討するものである。

2. 変位場

弾性問題でのせん断変形を考慮した(高次理論)変位場を基礎とする。

$$\text{変位 } u(x, y, z) = -zw' + \frac{E}{G} B_z W \quad (1)$$

$$\text{ひずみ } \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -zw'' + \frac{E}{G} B_z W' \quad (2)$$

$$\text{応力 } \left. \begin{array}{l} \text{弾性領域 } \sigma_x = E \epsilon_x \\ \tau_s = G \gamma_s \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{塑性領域 } \sigma_x = \pm \sigma_y \\ \tau_s = 0 (\gamma_s \neq 0) \end{array} \right\} (3)$$

式(1),(2)で u は部材軸方向変位、 w はたわみ、 W はせん断変形による部材軸方向付加変位、 $B_z(y, z)$ は一種の座標であり¹⁾、 σ_y は降伏点応力である。

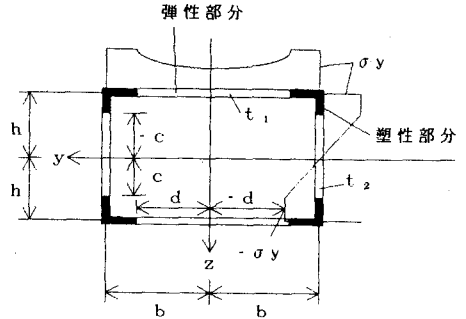


図-1 高次理論での弾塑性状態での断面図

3. 断面力-変位関係

以下の2種類の断面力が必要となる。

$$M_x = \int_F \sigma_x z dF = E(-J_e w'' + \frac{E}{G} K_e W') + \sigma_y Z_p \quad (4)$$

$$H_x = \int_F \sigma_x \frac{E}{G} B_z dF = E_g(-K_e w'' + \frac{E}{G} R_e W') + \frac{E}{G} \sigma_y V_p \quad (5)$$

ここで断面定数は以下のようなものである。 F_e は断面内の弾性部分を表す。

$$[J_e \quad K_e \quad R_e \quad Z_p \quad V_p] dF = \int_{F_e} [z^2 \quad B_z z \quad B_z^2 \quad \pm z \quad \pm B_z] dF \quad \dots\dots (6.a)$$

$$[E_g \quad E_{g\gamma}] = \left[\frac{E^2}{G} \quad \frac{E^3}{G^2} \right] \quad (6.b)$$

式(6.a)の断面定数は図-1に示す弾塑性境界 $c(z)$ 、 $d(z)$ の関数である。

4. 弾塑性境界 $c(z)$ 、 $d(z)$

図-1において弾塑性境界 $c(z)$ 、 $d(z)$ は外力のつり合いから得られる曲げモーメント $M_x(x)$ だけでは求まらない。(3)式において応力分布の断面内の対称性より $z=c$ で $\sigma_x = -\sigma_y$ 、及び $z=h$ 、 $y=d$ で $\sigma_x = -\sigma_y$ とおくと、

$$-\frac{\sigma_y}{E} = -cw'' + \frac{E}{G} B_0 W' \quad (7)$$

$$-\frac{\sigma_y}{E} = -hw'' + \frac{E}{G} B_d W' \quad (8)$$

ここに、 $B_0 = B_z(z=c)$ 、 $B_d = B_z(y=d)$ である。また式(4)、(5)より、 w'' と W' を求めると

$$w'' = \frac{1}{E_g \Lambda} \left\{ -\frac{E}{G} R_e M_x - K_y H_x + \frac{E}{G} (R_e Z_p - K_e V_p) \sigma_y \right\} \quad (9)$$

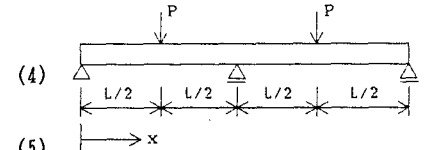


図-2 二径間連続はり

$$W' = \frac{1}{E_g \Lambda} \left\{ K_e M_x - \frac{G}{E} J_e H_x + (K_e Z_p - J_e V_p) \sigma_y \right\} \quad (10)$$

となる。これを式(7)、(8)に代入する。

$$-\frac{\sigma_y}{E} = -\frac{M_x + \sigma_y Z_p}{E \Lambda} (cR_e - B_c K_e) + \frac{H_x + \sigma_y V_p}{E_g \Lambda} (cK_e - B_c J_e) \quad (11)$$

$$-\frac{\sigma_y}{E} = -\frac{M_x + \sigma_y Z_p}{E \Lambda} (hR_e - B_d K_e) + \frac{H_x + \sigma_y V_p}{E_g \Lambda} (hK_e - B_d J_e) \quad (12)$$

ここに式(10)~(13)において $\Lambda = K_e^2 - J_e R_e$ である。

式(11)、(12)を $c(z)$ 、 $d(z)$ に関する連立方程式として、ニュートン・ラプソン法を用いて解を求めることができる。断面力 M_x 、 H_x は近似値として弾性時の M_x 、 H_x を代入することにより降伏荷重を越えた荷重での断面内の弾塑性境界 $c(z)$ 、 $d(z)$ を得ることができる。中間支点部での $c(z)$ 、 $d(z)$ の計算結果を図-3に示す。

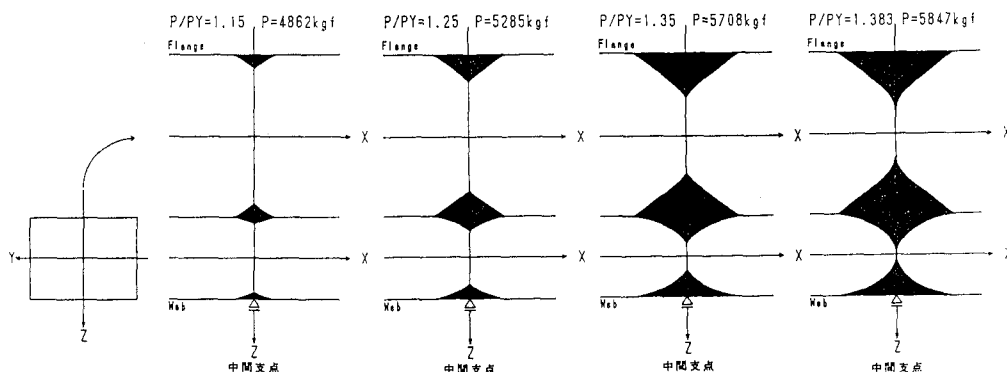


図-3 中間支点近傍での塑性域の広がり

5. 断面内の応力分布

弾塑性境界 $c(z)$ 、 $d(z)$ を用いて断面力 M_x 、 H_x を求め、ひずみを計算し応力を求める。降伏荷重に対する荷重比が1.350の場合の断面内の応力分布を図-4に示す。中間支点上 ($x=120\text{cm}$) と1cm離れた位置での応力分布を示す。

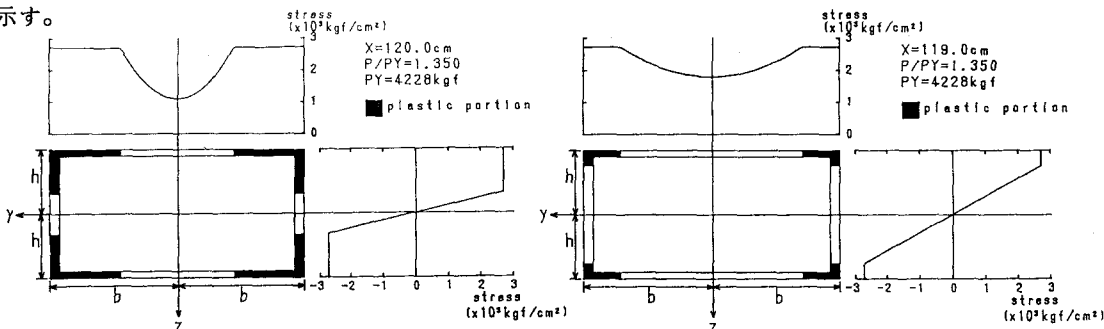


図-4 断面内の応力分布図(左:中間支点上、右:中間支点より1cmの断面)

6. あとがき

はり理論内でせん断変形を考慮した変位場を弾塑性問題へ拡張し断面重心から弾塑性境界までの距離 $c(z)$ 、 $d(z)$ を求め応力解析することができた。

参考文献 1) 稜能知徳・薄木征三・堀江保: せん断変形を考慮した薄肉断面直線ばりの理論、土木学会論文集、第282号、pp. 1-13、1979