

高次の座屈固有値を用いた有効座屈長の決定方法の提案

横河ブリッジ大阪支店設計部 尾下里治・吉田昭仁

1.はじめに

座屈固有値解析の結果から骨組構造物の有効座屈長を決定する方法が、西野ら¹⁾により紹介されてから、多くのラーメン構造、アーチ橋、斜張橋などに適用されている。この方法は、これまで曖昧に取り扱われてきた有効座屈長を、構造物全体の部材相関や支持条件を考慮して解析的に決定できる利点がある。一方、曲げが支配的で分岐座屈を起こさない部材や、軸圧縮力が小さな部材に対しては、その適用限界があるとされてきた。本文では、有効座屈長法のこうした問題点に対して、高次の座屈固有値を用いることにより対処することを提案する。そもそも座屈固有値解析では、軸力しか作用しない理想的な分岐座屈を対象としており、その解析結果は、曲げモーメントの影響をほとんど受けない。しかし、実際の構造物は、軸圧縮力が支配的な部材と曲げが支配的で軸圧縮力が小さな部材とが混在しているので、最低次の座屈固有値をもってしてすべての部材の有効座屈長を決定すると、軸圧縮力が小さな部材の有効座屈長は非常に大きくなってしまう。そこで、軸圧縮力の小さな部材が座屈する高次の固有値を用いることによって、こうした問題点を解決することを提案する。

2. 部材相関の少ないモデルの解析例

図1に示す1層2スパンラーメン²⁾を例にとる。ここで、 $L = 1\text{ m}$ 、 $P = 1\text{ tf}$ 、 $E = 2.1 \times 10^7\text{ tf/m}^2$ であり、柱や梁は長さ L に対して8等分して解析している。これらの条件は、この後の例題についても同様である。柱①の断面2次モーメントを変化させた2ケースについて、3次までの座屈固有値を算出して、有効座屈長 ℓ_e を求めた結果を表1に示す。柱①と柱②との剛度が等しいモデルAでは、柱②が弱点となるので、1次の座屈固有値は柱②のものを表し、柱①の座屈固有値は2次、3次の値となる。これは、図2のモード図において、各柱の座屈モードが単独に現れているので容易に判断できる。これまでのように、1次の座屈固有値だけを用いていたのでは、両端ヒンジの柱①の有効座屈長が $\ell_e = 3.268L$ となってしまい、明らかに不合理である。柱①の剛度を小さくしたモデルBでは、柱①の座屈が1次と2次とで現れ、柱②は3次で座屈する。両モデルとも、柱①の有効座屈長は $\ell_e \approx 1.0L$ 、柱②の有効座屈長は $\ell_e \approx 3.3L$ と一致する。

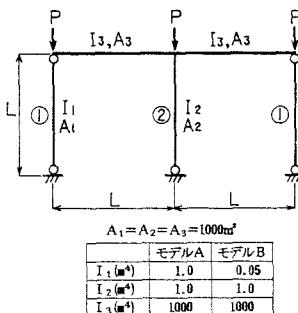


表1 モデルA、Bの有効座屈長

モデル	次数	固有値 λ	有効座屈長 $\ell_e (\times L)$	
			柱①	柱②
A	1	1.941E+07	3.268	3.268
	2	2.010E+08	1.015	1.015
	3	2.011E+08	1.015	1.015
B	1	1.005E+07	1.016	4.542
	2	1.005E+07	1.015	4.541
	3	1.941E+07	0.731	3.267

図1 モデルA、B

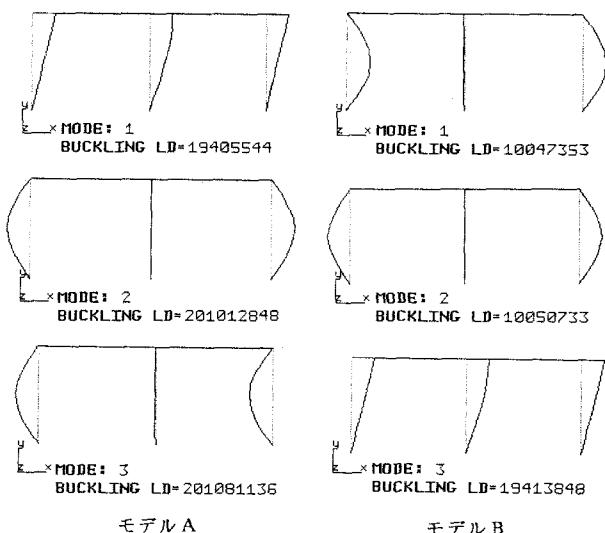


図2 モデルA、Bの座屈モード図

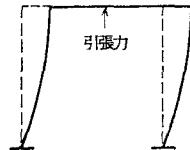
3. 部材相関の強い場合の判定方法

前章の解析例は、各部材の座屈がそれぞれ独立して現れたので、各部材に適用すべき座屈次数が、モード図から容易に判断できたが、ここでは、部材相関が強くて、モード図からだけでは判断できない場合の判定方法について述べる。簡単な例として、図3に示すような門形ラーメンにおいて、全体に横移動する座屈モードが生じた場合を考える。座屈モードの変位量から各部材の部材力を求めることができるが、この内、二つの柱をつなぐ梁の軸力の符号に着目すると、次のような考察ができる。右方向に変位する座屈モードにおいて、梁の軸力が引張りであれば、右柱が座屈しようとしているのに対して、左柱が抵抗していることになる。逆に、梁の軸力が圧縮であれば、左柱が座屈しようとしているのに対して、右柱が抵抗していることになる。柱の軸力が0であれば、両柱が同時に座屈していることになる。つまり、座屈モードと、その座屈モードから算出した部材力（軸力の符号）との関係から、弾性座屈荷重に達して座屈しようとする（能動的に座屈しようとする）部材と、その部材に結合しているために影響を受けて座屈する受動的な部材とを判別できる。各部材に適用すべき座屈次数は、その部材が能動的に座屈しようとしている最小次数を選べばよい。

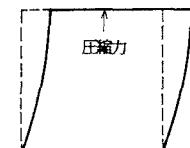
解析例として、図4に示す非対称荷重を受ける門形ラーメン²⁾を取り上げる。二つの柱は剛な梁によって連結されているので、どちらかの柱が座屈しようとするともう一方の柱も影響を受けて座屈する。3次までの座屈固有値を算出して有効座屈長を求めた結果を表2に、モード図を図5に示す。各次数におけるモード形状から梁の軸力を求めると、たまたますべて引張力であった。前述の判定方法を適用すると、1次が右柱の座屈を示し、2次と3次が左柱の座屈を示していることになる。各柱の最低次の座屈固有値から有効座屈長を求めるとき、表2のように、右柱 $\ell_e = 1.6L$ 、左柱 $\ell_e = 1.3L$ となる。これまでのように1次の座屈固有値だけでは、左柱の有効座屈長は $\ell_e = 3.2L$ となってしまうが、こうした方法により現実的な設計が可能になる。

4. おわりに

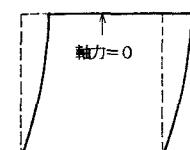
本文で示した例題以外にも、梁に軸力が生じる門形ラーメンなどでも妥当な結果が得られている。今後は、このようにして決定した有効座屈長と、実際の耐荷力との関係についても明らかにしていく必要がある。



(a) 右柱が座屈する場合



(b) 左柱が座屈する場合



(c) 両柱が同時に座屈する場合

図3 部材相関の強い場合の判定方法

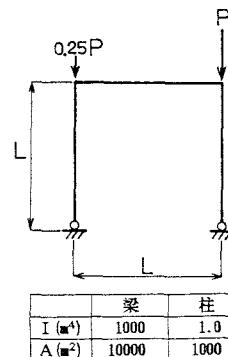


図4 モデルC

表2 モデルCの有効座屈長

次数	固有値 λ	有効座屈長 $\ell_e (\text{m})$	
		左柱	右柱
1	8.173E+07	3.185	1.592
2	4.581E+08	1.345	0.673
3	1.282E+09	0.804	0.402

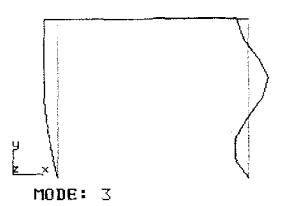
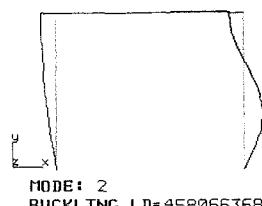
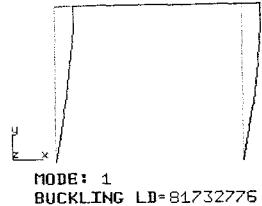


図5 モデルCの座屈モード図

1) 西野他：道路橋示方書II鋼橋編改訂の背景と運用、13章ラーメン構造、橋梁と基礎、1981年10月。

2) 宇佐美：鋼骨組構造物の座屈設計法の問題点、SGST拡大研究会、1991年11月。