

I-27

非線形解析における剛体変位除去法に関する一考察

J R 西日本 正 員 ○岩木和洋  
 岐阜大学工学部 正 員 森脇良一  
 岐阜大学工学部 正 員 奈良 敬

1. まえがき

現行の道路橋示方書における許容応力度設計法を、構造物の限界状態に対して安全性を評価し設計する方法である限界状態設計法へと改善していくためには、鋼橋の強度をそれが耐えられる最大の荷重すなわち極限強度で評価することが必要である。一方、耐震設計において強度特性のみならず変形性能が重視されることから、極限強度到達後の挙動が明らかにされねばならない。そこで、鋼橋全体およびその構成要素を対象とした構造解析法の開発の一環として、剛体変位の除去方法について考察した。今までの解析結果から、極限強度については、従来の剛体変位の除去方法で十分な精度が得られることがわかっている。ここでは、非常に大きな変形が生じたときに、剛体変位の除去が解析結果に与える影響について報告する。

2. 解析法

本研究で用いた解析法<sup>1)</sup>の概略は以下の通りである。

- (1) 各節点の節点変位として  $(u, v, w, \theta_x, \theta_y)$  の 5自由度を導入した計 18自由度の三角形薄板要素とする。
- (2) 剛性マトリックスは、系の全ポテンシャルエネルギー増分の停留条件より誘導する。
- (3) 剛体変位を除去して求めた真の変位より節点力を算定し、不つり合い力を計算する。

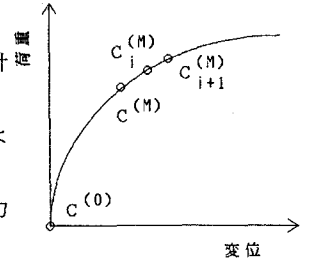


図-1 荷重-変位曲線

3. 剛体変位の除去方法

図-1に示す荷重-変位曲線において、図-2に示すように4つの変形状態を考える。 $C^{(0)}$ は変形前の初期状態、 $C^{(M)}$ はM番目の平衡状態、 $C_i^{(M)}$ は平衡状態Mからi回反復計算後の変形状態、 $C_{i+1}^{(M)}$ は状態Mから(i+1)回反復計算後の変形状態である。ここでは、 $C_{i+1}^{(M)}$ の変形状態の節点力を計算するにあたり、次のような3種類の剛体変位の除去方法について考える。

- ①  $C_i^{(M)}$ を参照形状とする方法。<sup>2)</sup>
- ②  $C^{(0)}$ を参照形状とする方法。<sup>3)</sup>
- ③  $C^{(M)}$ を参照形状とする方法。

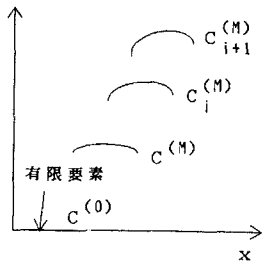
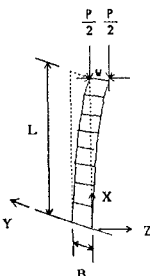


図-2 変形状態

4. 数値計算例とその考察

(1) 柱のエラスティカ

図-3に示すような一端固定、他端自由の部材が軸方向荷重を受ける場合の解析を初期たわみ形状を正弦波形で与え、部材長  $L=100\text{cm}$  に対し荷重点の初期横たわみ  $w_0$  を  $1\text{cm}$  として行った。



$L=100\text{cm}$   
 $B=10\text{cm}$   
 $t=0.47\text{cm}$   
 $E=2.1 \times 10^4 \text{kgf/cm}^2$   
 $v=0$   
 INITIAL DEFLECTION  
 $Z_0 = w_0 \cdot (1 - \cos \pi x / 2L)$

図-3 解析モデル

図-4は、要素分割  $8 \times 1$  の荷重-荷重点横たわみ曲線であり、○印、×印はそれぞれ、①、②の剛体変位の除去法を用いた解析結果であり、実線は楕円積分<sup>4)</sup>である。また、表-1に一回の反復計算に要する平均計算時間と平均収束回数を示す。

①の方法を用いると、初期たわみを有するものであることを考慮すれば、大たわみ域まで楕円積分とよく一致している。また、収束性が良好になったため、計算時間も大幅に短縮された。

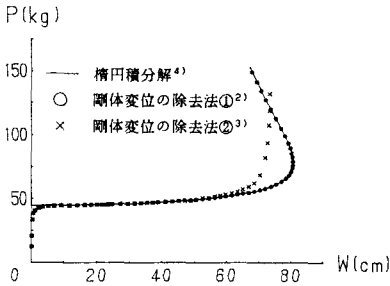
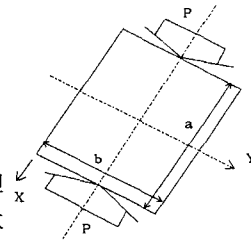


図-4 圧縮荷重-たわみ曲線

表-1 計算時間と収束回数

剛体変位の除去方法	平均計算時間	平均収束回数
①	0.075	3.2
②	0.072	18.7



$\sigma_y = 6000 \text{ kgf/cm}^2$   
 $E = 2.1 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$   
 $\nu = 0.316$   
 $a = b = 48 \text{ cm}$   
 $t = 1 \text{ cm}$   
 $w_{0, \max} / t = 0.1$

図-5 解析モデル

(2) 一様圧縮変位を受ける正方形板

図-5に示すような周辺単純支持の正方形板の一組の対辺が一様圧縮変位を受ける場合の解析を板厚  $t$  の1/10の最大初期たわみ量  $w_{0, \max}$  を与えて行った。解析モデルは、板全体の1/4対称部分を解析対象とした。

図-6、図-7は、要素分割6×6の平均圧縮応力度-中央点たわみ曲線であり、○印、×印および△印はそれぞれ、①、②、③の剛体変位の除去法を用いた弾性有限変位解析の解析結果である。実線はCoanの級数解<sup>5)</sup>である。また、表-2は圧縮板の解析結果の比較であり、図-6は、図-7の一部を拡大してCoanの級数解と比較している。

図-6より、①、②、③のいずれの方法においてもCoanの級数解とよく一致していることがわかる。図-7と表-2より、変形が大きな領域においても

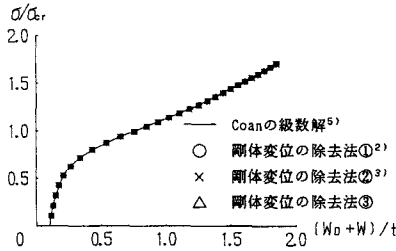


図-6 平均圧縮応力度-たわみ曲線

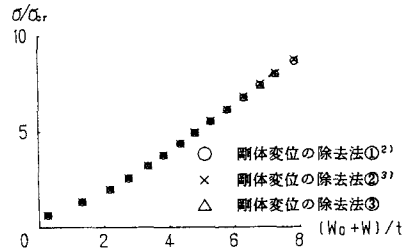


図-7 平均圧縮応力度-たわみ曲線

①、②、③のいずれの方法でも大きな差はないことがわかる。また、計算時間と収束回数も①、②、③のいずれの方法でも大きな差はなかった。

表-2 圧縮板の解析結果の比較

剛体変位の除去方法	$\sigma / \sigma_{cr}$	$(w_0 + w) / t$
①	7.9955 (1.00)	7.2703 (1.00)
②	8.0621 (1.01)	7.2726 (1.00)
③	7.9430 (0.99)	7.1951 (0.99)

5. 結論

$C_{i+1}^{(n)}$ の変形状態の節点力を計算するにあたり、 $C_i^{(n)}$ を参照形状とする剛体変位の除去方法①を用いることにより、非常に大きな変形まで解析が可能になり、計算時間も短縮され、収束性も良好になった。(参考文献) 1)奈良 敬:面内力を受ける鋼板および補剛板の極限強度に関する研究, 大阪大学学位論文, 1986年12月。 2)鈴木敏郎・金子洋文:有限要素法による部材構成板要素の座屈および座屈後挙動の大変形解析, 日本建築学会論文報告集, 第316号, pp. 9-17, 1982年6月。 3)小松定夫・北田俊行・宮崎清司:残留応力および初期たわみを有する圧縮板の弾塑性解析, 土木学会論文報告集, 第244号, pp. 1-14, 1975年12月。 4)Timoshenko, S.P. and Gere, J.M.:Theory of Elastic Stability, 2nd Edition, McGRAW-HILL, 1961。 5)Coan J.M.:Large Deflection Theory for Plates with small Initial Curvature Loaded in Edge Compression, J. of Applied Mech., Vol.18, No2, June, 1951.