

## I-4 不等曲げを受けるプレートガーダーの極限強度

(株)栗本鐵工所 正会員 津田久嗣 関西大学工学部 正会員 米澤 博  
 関西大学工学部 正会員 堂垣正博

1. まえがき 曲げやせん断がそれぞれ単独に作用する場合や等しい曲げとせん断が同時に作用する場合のプレートガーダーの極限強度に関する研究は多くなされているが<sup>1)</sup>、桁軸方向に曲げモーメントが変化し、それにつら合うせん断力が作用する場合の弾塑性有限変位解析はあまりなされていない<sup>2)</sup>。ここでは、左右で大きさの異なる曲げモーメントとそれにつら合うせん断力が作用する連続桁の中間支点近傍のプレートガーダーを対象に、垂直補剛材間の桁一パネルを構成する腹板と上下フランジを上下フランジで弾性支持および弾性回転拘束された腹板にモデル化し、腹板と上下フランジの非線形連成挙動を理論的に明らかにする。広範な数値解析を行い、せん断力と曲げモーメントの比、腹板の幅厚比、上下フランジの幅厚比と断面積、初期たわみなどがプレートガーダーの非線形挙動や極限強度に及ぼす影響を調べる。

2. 基礎式 図-1に示す垂直補剛材間隔  $a$ 、高さ  $b$  で板厚  $t$  の腹板、および幅  $b_f$  で板厚  $t_f$  の上下フランジからなる2軸対称断面のプレートガーダーが左右で大きさの異なる曲げモーメントとそれにつら合うせん断力を受ける場合、その幾何学的・材料的非線形解析を次の仮定のもとに行う。1) Kirchhoff-Love の仮定。2) 部材は完全弾塑性体で、ひずみ硬化は考えない。3) 部材の降伏は von Mises の等価応力で行う。4) フランジは局部座屈しない。

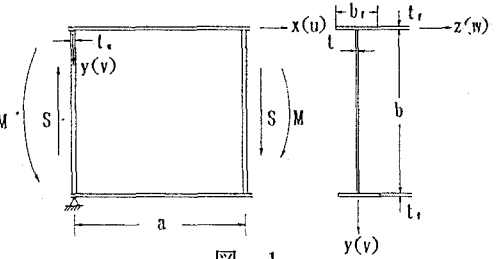


図-1

(1) 腹板の力のつり合い式: 初期たわみを考慮した弾性有限変位場の平板の力のつり合い式(Marguerreの式)に腹板の塑性化を考慮し, Lin あるいはMassonnet の弾塑性板理論にしたがって  $x$ ,  $y$  および  $z$  方向の力のつり合い式を誘導すれば, 文献3)や4)の基礎式を得る。

(2) 境界条件: 桁一パネルの左右辺で大きさの異なる曲げモーメントとそれにつら合うせん断力を受ける腹板が垂直補剛材上で単純支持され, かつ桁軸方向に軸力を受けなければ,  $x = 0$  辺において

$$u = 0, N_s^e, y + N_{yx}^e - (N_s^p, y + N_{yx}^p) = 0, \bar{w} - w_0 = 0, \bar{w},_{xx} - w_0,_{xx} = 0 \quad \dots\dots (1)$$

の条件式を得る。ただし  $x=0, y=b$  では  $u=0, v=0$  とする。ここに  $\bar{w}$  は初期たわみ  $w_0$  と荷重によるたわみ  $w$  の和すなわち全たわみである。  $N_s$  は垂直補剛材の軸力,  $N_{yx}$  は腹板の膜せん断力である。上添字  $e, p$  はそれぞれ桁の一部が降伏し弾塑性状態にあっても桁の全断面を弾性のままに仮定して求められる断面力, 断面内の塑性化を考慮し弾性断面力を低減するための仮想断面力を示す。仮想断面力は, 弾性応力から計算される von Mises の等価応力が降伏点応力を超える場合, その超過量を板厚方向に数値積分して求められる。なお, コンマに続く下添字はそれに関する偏微分を表す。また,  $x = a$  辺において

$$u = (y - b/2)\phi, v - v_a = 0, \bar{w} - w_0 = 0, \bar{w},_{xx} - w_0,_{xx} = 0 \quad \dots\dots (2)$$

の条件を得る。ここに,  $\phi$  は  $x=a$  辺での曲げモーメントに等価な作用の中立軸まわりの面内回転角で, 反時計まわりを正とする。  $v_a$  はせん断力と等価な作用の鉛直方向変位で, 次式を満足するように求められる。

$$\phi = (S/S_p)/(M/M_p) \quad \dots\dots (3)$$

ここに  $S, S_p$  はそれぞれ  $x=a$  辺における腹板のせん断力と全塑性せん断力,  $M, M_p$  はそれぞれ  $x=a$  辺での中立軸まわりの桁の面内曲げモーメントと全塑性モーメントである。

次に, 腹板が上下フランジで弾性支持および弾性回転拘束されているものとすれば, 次式を得る。

$$N_{fz}^e, x \pm N_{xy}^e - (N_{fz}^p, x \pm N_{xy}^p) = 0,$$

$$M_{fz}^e,_{xx} \pm N_y^e + N_f^e v,_{xx} \mp N_{xy}^e v,_{xx} - (M_{fz}^p,_{xx} \pm N_y^p + N_f^p v,_{xx} \mp N_{xy}^p v,_{xx}) = 0,$$

$$M_{fy}^e,_{xx} \pm M_y^e,_{yy} \pm 2M_{xy}^e,_{xy} + N_f^e \bar{w},_{xx} \mp N_{xy}^e \bar{w},_{xy}$$

$$-(M_{rx}^p, x \pm M_y^p, y \pm 2M_{xy}^p, x + N_r^p \bar{w}, x \mp N_{xy}^p \bar{w}, x) = 0,$$

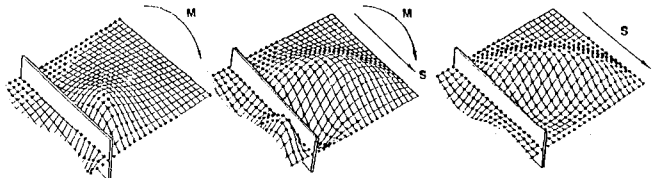
$$M_y^e \mp M_x^e, x - (M_y^p \mp M_x^p, x) = 0 \quad \dots\dots (4)$$

ここに  $N_r$  はフランジの軸力,  $M_{rx}$  と  $M_{ry}$  はそれぞれフランジの弱軸および強軸まわりの曲げモーメント,  $M_x$  はねじりモーメント,  $N_y$ ,  $M_y$ ,  $M_{xy}$  はそれぞれ腹板の  $y$  方向膜力,  $x$  軸まわりの曲げモーメント, ねじりモーメントである。また複号のうち, 上段は上フランジ辺, 下段は下フランジ辺の符号である。

(3) 数値解析法: 腹板のつり合い式と上述の境界条件式を変位表示し, それらに差分法を適用すれば, 多元連立の非線形代数方程式を得る。それを増分法と修正Newton-Raphson法の混合法で解けば, 非線形解を得る。なお, 解析結果が広範なプレートガーダーに適用できるように諸式を無次元化した。

3. 数値解析結果 広範なパラメトリック解析を行う前に, 差分分割数や板厚方向の層数と解の精度を調べ, 腹板を  $x$ ,  $y$  方向にそれぞれ20分割, 板厚方向に10分割, フランジの幅と厚さをそれぞれ10と6分割すれば, 精度のよい解の得られることが分かった。なお  $x$ ,  $y$  方向に半波の正弦波の初期たわみを仮定し, 降伏点応力  $\sigma_p = 2400 \text{ kgf/cm}^2$  (235MPa), ヤング率  $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$  (206GPa), ポアソン比  $\nu = 0.3$  とした。

3種類の異なった組合せで曲げモーメントとせん断力が同時に作用する場合, 最高荷重時の腹板のたわみ分布と塑性域の拡がりを描くと図-2を得る。



(a)  $S/S_p : M/M_p = 0:1$  (b)  $S/S_p : M/M_p = 1:1$  (c)  $S/S_p : M/M_p = 1:0$   
 $M_u/M_p = 0.874$   $M_u/M_p = 0.506$   $S_u/S_p = 0.804$   
 $a/b=1, b/t=150, b_r/t_r=20, b_r t_r/bt=0.5, b_s t_s/bt=3, w_{0max}=b/500$

図-2

図中, ●印は降伏した点を表す。曲げのみが作用する場合, 面内曲げによって腹板の上下フランジ近傍に降伏が生じるとともに, たわみの大きい腹板部分にも板曲げによる塑性域が現れる。せん断力が付加されると, せん断特有の斜張力場が形成され, 塑性域もその方向に拡がるようになる。せん断力のみが作用する場合の塑性域は腹板のほぼ全体に拡がるが, 斜張力場に直角の対角線方向の隅角部付近には降伏しない部分が多少生じる。

図-3に縦横比  $a/b=1$  および  $1.5$  の極限強度相関曲線を示す。ここに, 縦軸と横軸はそれぞれせん断力と曲げモーメントが同時に作用した場合の極限強度をせん断力あるいは曲げモーメントが単独に作用した場合の極限強度で無次元化した値を示す。また図中には, 累乗和相関式

$$(S_u/S_{u0})^n + (M_u/M_{u0})^m = 1$$

の  $n=m=2$  の円と  $n=m=1$  の直線式を示した。図から明らかなように, 縦横比によって相関曲線がかなり異なる。この場合, せん断力が強く作用する範囲では  $n=m=2$  の曲線に, 一方曲げモーメントが強く働く場合には  $n=m=1$  の相関曲線に漸近する。また, 縦横比が  $1.5$  の場合にはより直線式に近づく。

次に, フランジと腹板の断面積比  $b_r t_r/bt$  が  $0.25$  と  $0.5$  の場合の極限強度相関曲線を示すと図-4を得る。図から明らかなように, 桁の断面形状によって相関曲線にかなりの差が現れる。また, 評価する曲げモーメントの位置によっても相関曲線に差が現れるものと考えられる。

その他の結果については講演会当日に述べる。なお, 本研究は平成3年度関西大学学術研究助成基金(奨励研究)の補助を受けた。

参考文献: 1) 福本: 座屈設計ガイドライン, 土木学会編, pp. 193-225, 1987-10. 2) 中沢・倉西: 構造工学論文集, Vol. 37A, 1991-3. 3) 関川・米澤・堂垣: 第44回土木学会年次学術講演会講演概要集, 1-63, 1989-9.

4) 米澤・堂垣・津田: 平成4年度土木学会関西支部年次学術講演会講演概要, 1-88, 1992-5.

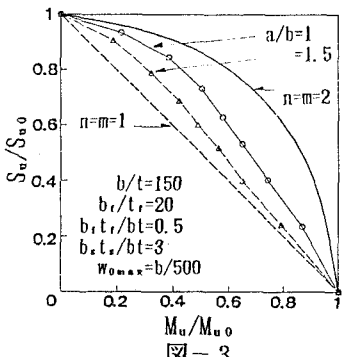


図-3

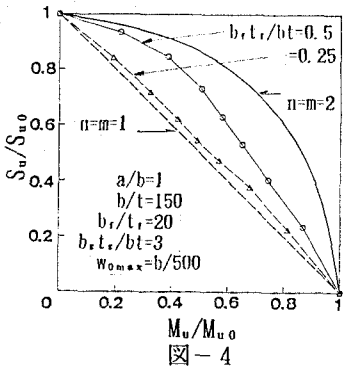


図-4