

I-2

ダフフィン型非線形柱の座屈に関する研究

日本大学 学生員○山口 恒太
 日本大学 正 員 能町 純雄
 日本大学 正 員 阿部 忠
 日本大学 学生員 李 鴻鈞

1. 序 論 短柱では、圧縮中心軸に作用する圧縮力が增大するにつれてその断面の圧縮応力度が増大し、ある値以上に達すればやがて圧壊もしくは破壊現象が現れる。しかし長柱では圧縮応力が、ある値以上に達すると破壊が生じるであろうと考えられる応力度以下であっても、柱は不安定になり横方向に変形を生じて急速に耐荷力を失い座屈現象を起こす。それ故に、従来、柱は短柱と長柱とに分けて設計されているのが現状である。また、近年、構造物の設計法は構造物の使用停止という新しい設計規範を採用し、構成材料の力学特性に着目した限界状態設計法へ進む傾向を示している。

そこで、本研究は長柱の座屈問題を短柱との連続性を考慮して解析するものである。そして、本研究では、材料がダフフィン型の非線形的な応力-ひずみ関係を示す柱を仮定し、この柱に軸圧縮力が作用した時の短柱・長柱の曲げ直前状態とそれ以後の過程を追跡し、非線形挙動を明らかにする事を目的とする。

2. 解析方法 材料の応力-ひずみ関係を式(1)、柱の一般的なひずみ関係を式(2)で表すこととする。

$$\sigma = E \left\{ \varepsilon - \frac{\varepsilon^3}{3\varepsilon_0^2} \right\} \quad (1)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_c + \kappa y \quad (2)$$

ここで、 ε_c :中央ひずみ値、 κ :曲率、 E :ヤング係数、
 y :中立軸からの距離、 ε_0 :最大ひずみ値、

そこで、式(1)に式(2)を代入することにより式(3)が得られる。

$$\sigma = E \left\{ \varepsilon_c + \kappa y - \frac{(\varepsilon_c + \kappa y)^3}{3\varepsilon_0^2} \right\} \quad (3)$$

また、部材断面積をAとすると、応力 σ と軸力N、モーメントMの関係式は式(4)、(5)であるから、これに式(3)を代入する。

$$N = \int_A \sigma dA \quad (4) \quad M = \int_A \sigma y dA \quad (5)$$

部材断面を矩形(幅B、高さh)とすると、 $A=B \times h$ 、 $I_2=Bh^3/12$ 、 $I_4=Bh^5/80$ となる。また、応力が最大の場合に対応する最大曲率は $\kappa_0=2\varepsilon_0/h$ 、 $n=\varepsilon_c/\varepsilon_0$ 、 $m=\kappa/\kappa_0$ となる。ただし、nは定数と仮定する。さらに、 $N'=N/EA\varepsilon_0$ 、 $M'=M/EI_2\varepsilon_0$ とすると、無次元化された軸方向圧縮力 N' と曲げモーメント M' は式(6)、(7)となる。

$$N' = n - \frac{n^3}{3} - \frac{n m^2}{3} \quad (6) \quad M' = m - \frac{m^3}{5} - n^2 m \quad (7)$$

そこで、柱が図-1のような状態であると仮定するとモーメントのつり合い関係は図-1(b)に示す関係から式(8)として表すことができる。

$$M - NW = 0 \quad (8)$$

また、たわみを次式のように仮定する。

$$W = W' \sin(\pi x/L) \quad (9)$$

ここで、 W' :最大たわみ、 L :部材長

さらに、たわみと曲率の関係より式(10)を得る。

$$\kappa = -\frac{d^2W}{dx^2} = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 W' \sin\left(\frac{\pi X}{L}\right) \quad (10)$$

また、式(9)、(10)に $X=L/2$ を代入し、整理すると式(11)を得る。

$$W' = \kappa \frac{L^2}{\pi^2} \quad (11)$$

よって、式(6)、(7)、(11)を式(8)に代入し整理すると式(12)のつり合い関係を得る。

$$M' - N' \frac{\lambda^2}{\pi^2} \varepsilon_0 m = 0 \quad (12)$$

ここで、 λ :細長比

さらに、式(11)、(12)を κ_0 で除し、 $X=L/2$ のとき $m=m_0$ (最大曲率比)とすると曲率比 m は次式となる。

$$m = m_0 \sin\left(\frac{\pi X}{L}\right) \quad (13)$$

したがって、式(12)に式(6)、(7)、(13)の関係を代入し、 $\sin(\pi X/L)$ を重み関数として積分すれば、曲率比 m_0 はひずみ比 n の関数となる。

$$m_0^2 = \frac{1 - n^2 - \left(n - \frac{n^3}{3}\right) \frac{\lambda^2 \varepsilon_0}{\pi^2}}{\frac{3}{20} - \frac{\lambda^2 \varepsilon_0}{4\pi^2} n} \quad (14)$$

次に、曲率比 m とひずみ比 n の関係を求める。まず、曲げモーメントが最大になるような状態、すなわち終局状態である場合、終局ひずみ値は $\varepsilon_{cu} = \sqrt{5/3} \varepsilon_0$ となり、式(2)を m 、 n で表し、終局ひずみ値を代入し整理すると式(15)が得られる。さらに、最大応力が発生する場合を考えると前述と同様に $\varepsilon = \varepsilon_0$ なることから式(16)が得られる。

$$m + n = \sqrt{5/3} \quad (15) \qquad m + n = 1 \quad (16)$$

そこで、式(14)、と式(15)、(16)よりそれぞれの状態における m 、 n の関係を求め、さらに、式(6)、(7)より N' 、 M' の関係を求める。

3. 結果及び考察 図-2に N' と M' の関係を示した。曲げ発生直前では変形が生じないことより曲率比 m はゼロとなり、 N' 軸上の点となる。

次に、曲げ発生後の最大応力発生時もしくは、終局状態においては曲げ発生直前と比較して軸力 N' が減少し、曲げモーメント M' が著しく増加する結果を得た。したがって、曲げ発生以後は曲げモーメントの急激な増加が終局状態をもたらすものと言える。さらに、終局状態以後では N' は急激に減少することから柱としての機能を失ったと言える。なお、本解析では細長比 λ を30~150の範囲、すなわち短柱から長柱まで連続的に解析を行っている。

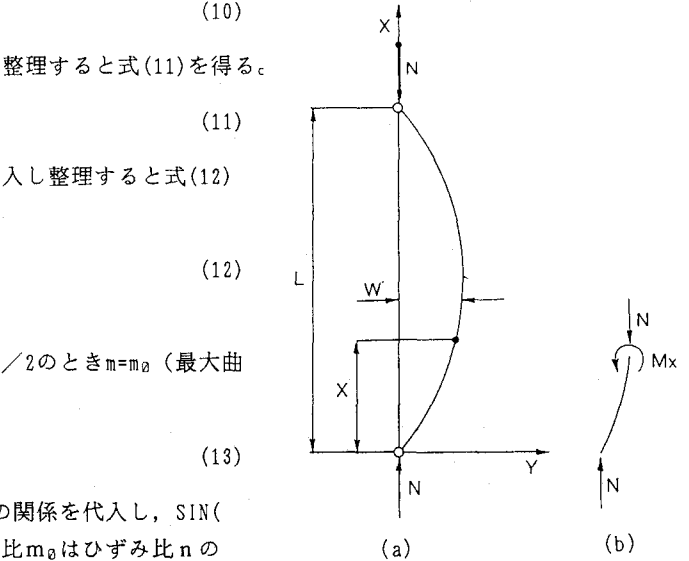


図-1 たわみとつり合い関係

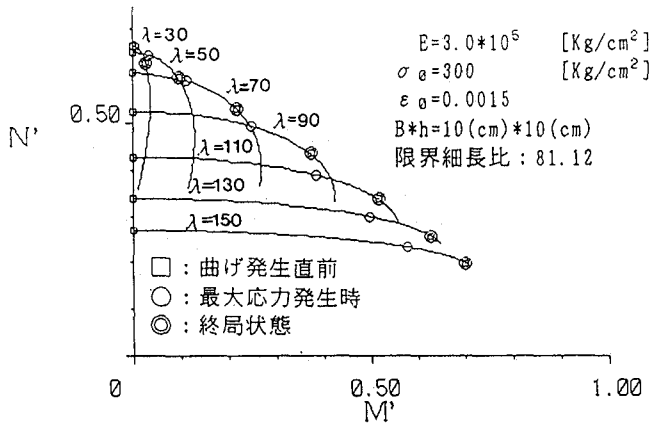


図-2 軸力と曲げモーメントの関係