

I-1

## 補強材を挿入した非線形梁の座屈に関する研究

日本大学 学生員○李 鴻鈞  
 日本大学 正員 能町純雄  
 日本大学 正員 木田哲量  
 日本大学 正員 澤野利章

1. はじめに：本研究は、ダッフィン型の応力-ひずみ関係を有すると考えられる材料からなる梁に補剛材を入れた場合について解析を行うこととした。解析目的の一つは梁に軸力が作用するときの梁断面内の応力-ひずみ挙動を検討し、その限界に達したときに曲げ現象が発生する非線形臨界挙動について考察することであり、さらに、梁に軸力が偏心作用ときの非線形臨界挙動についても考察することである。

2. 解析方法：応力とひずみの非線形関係は式(1)で表すこととする。

$$\sigma = E \left\{ \epsilon_c + \kappa y - \frac{(\epsilon_c + \kappa y)^3}{3 \epsilon_0^2} \right\} \quad (1)$$

ここで、 $\epsilon_c$ ：中央ひずみ値、 $\kappa$ ：曲率、E：ヤング係数、y：中立軸からの距離、 $\epsilon_0$ ：最大ひずみ、まず、解析モデルは構成する材料の力学特性が式(1)で示される非線形の場合であるから、軸力NとモーメントMは式(2),(3)のように表すことができる。

$$N = \int_A \sigma dA \rightarrow \frac{N}{EA \epsilon_0} = N' \\ \therefore N' = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} + \frac{P q \epsilon_c}{\epsilon_0} - \frac{\epsilon_c^3}{3 \epsilon_0^3} - \frac{\epsilon_c I_2 \kappa^2}{\epsilon_0 \epsilon_0^2 A} \quad (2)$$

$$M = \int_A \sigma y dA \rightarrow \frac{M}{EI_2 \kappa_0} = M' \\ \therefore M' = \frac{\kappa}{\kappa_0} + \frac{3 P q h^2 \kappa}{h^2 \kappa_0} - \frac{\kappa \cdot \epsilon_c^2}{\kappa_0 \epsilon_0^2} - \frac{I_4 \kappa^3}{3 I_2 \kappa_0 \epsilon_0^2} \quad (3)$$

例えば、梁が鉄筋コンクリートの場合、鉄筋比p、弾性係数比qとして、A：部材断面積、なお、部材断面が矩形の場合は $A = B \times h$ 、 $I_2 = B h^3 / 12$ 、 $I_4 = B h^5 / 80$ である。さらに、応力が最大の場合に対応する最大曲率は $\kappa_0 = 2 \epsilon_0 / h$ とする、また、n =  $\epsilon_c / \epsilon_0$ 、m =  $\kappa / \kappa_0$ とすれば、式(2),(3)はそれぞれ式(4),(5)のように表すことができる。

$$N' = n (1 + p q) - \frac{n^3}{3} - \frac{n m^2}{3} \quad (4)$$

$$M' = m \left\{ 1 + 3 \left( \frac{h'}{h} \right)^2 p q \right\} - \frac{m^3}{5} - n^2 m \quad (5)$$

次に、モーメントのつり合い関係を図-1に示す関係から求めると、次式のように表すことができる。

$$M' + N' (W + e) = 0 \quad (6)$$

ここで、たわみ $W = W' \sin(\pi X / L)$ とおくと、

$\kappa = -d^2 W / d X^2$ 、すなわち、mは次式となる。

$$m = m_0 \sin \left( \frac{\pi X}{L} \right) \quad (7) \quad m_0 = W' \left( \frac{\pi X}{L} \right)^2 / \kappa_0 \quad (8)$$

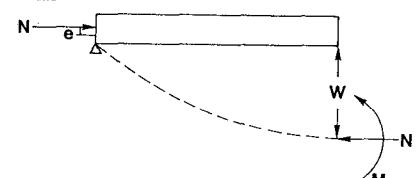


図-1 モーメントのつり合い

本研究においては梁の両端に軸力が作用するときのたわみの変形はsin関数で示したものであるから、式(7)を式(4), (5)に代入すると次のようになる。nはXに対する常数。

$$N' = n (1 + p q) - \frac{n^3}{3} - \frac{n m_0^2}{3} \sin^2 \left( \frac{\pi X}{L} \right) \quad (9)$$

$$M' = m_0 \{ 1 + 3 \left( \frac{h'}{h} \right)^2 p q \} \sin \frac{\pi X}{L} (1 - n^2) - \frac{m^3}{5} \sin^3 \left( \frac{\pi X}{L} \right) \quad (10)$$

式(9),(10)を式(6)に代入して、重み関数 $\sin(\pi X/L)$ を用いて積分すると次式となる。

$$\begin{aligned} & m_0^3 \left( \frac{\lambda^2 \epsilon_0 n}{4\pi^2} - \frac{3}{20} \right) + m_0^2 \left( \frac{e h n}{8\gamma^2} \right) + m_0 (1 + 3D^2 p q - n^2 - \frac{\lambda^2 \epsilon_0 n}{\pi^2}) \\ & - \frac{\lambda^2 \epsilon_0 n}{\pi^2} p q + \frac{\lambda^2 \epsilon_0 n^3}{3\pi^2} ) + \frac{e h}{2\gamma^2} \left( \frac{4n^3}{3\pi} - \frac{4n}{\pi} - \frac{4n p q}{\pi} \right) = 0 \end{aligned}$$

3. 結果および考察：解析モデルは鉄筋コンクリートと仮定して解析を行うこととした。

モデルの寸法は幅B=35cm, 長さh=75cm, コンクリートの圧縮強度 $\sigma_c=300\text{Kg/cm}^2$ , とする場合は式(1)より最大応力に対するひずみ $\epsilon_0=0.0015$ となる。いま、梁は無筋の状態の場合には軸力を受けているときに座屈現象が発生している状態における細長比、応力の関係を図-2に示した。これによって、中心軸力が作用する場合には線形と非線形の差異が明かになっており、偏心軸力が作用する場合には偏心量の増加に伴って応力の遞減が大きくなることが明らかになった。同様にして鉄筋コンクリート梁の座屈荷重に対して細長比、応力とモーメントの関係を図-3,4に示した。これによって鉄筋量の増加に対する細長比、応力とモーメントの変化を知ることができる。

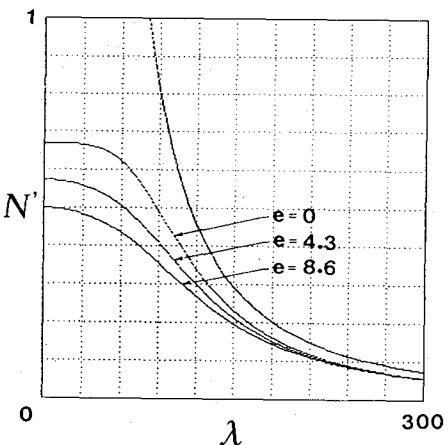


図-2 細長比と応力の関係（無筋の場合）

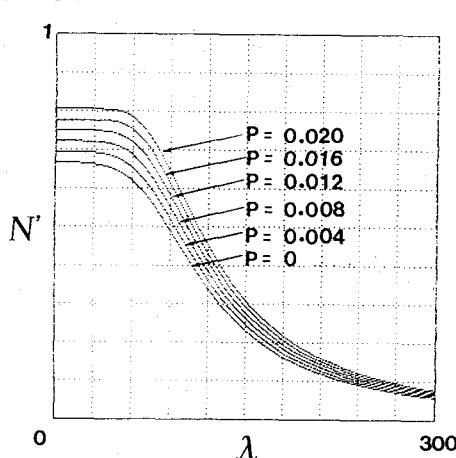


図-3 細長比と応力の関係（RCの場合）

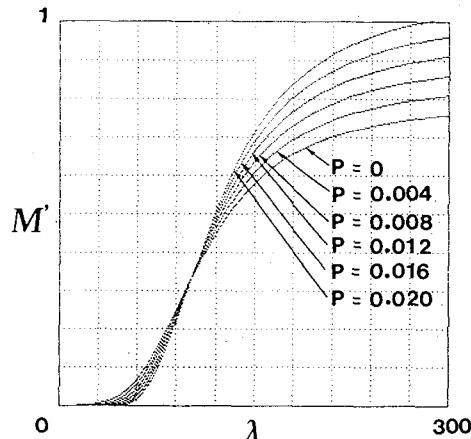


図-3 細長比とモーメントの関係（RCの場合）