

# CS 1-13〔I〕 ひずみの局所化解析結果に及ぼすスピントensorsの影響

足利工業大学 正員 黒田充紀  
大日本コンサルタント 正員 村松義昭

## 1. はじめに

ひずみの局所化現象は、破壊の先駆現象として、その重要性は認識されており、多くの研究者が“局所化”の数値シミュレーションを試みている。数値シミュレーションの方法としては、有限要素法が一般的であり、その基礎となる構成式は速度形である。速度形構成式は、 $\dot{\sigma} = \mathbf{D} : \dot{\epsilon}$  で表わされる。ここに、 $\dot{\sigma}$  は客観応力速度、 $\mathbf{D}$  は4階の材料テンソル、 $\dot{\epsilon}$  は変形速度、「:」は二重総和である。 $\mathbf{D}$  に関しては、多くの研究が行われ種々のものが提案されており、各種シミュレーションに用いられてきた。本研究では後藤による J 2 G 理論<sup>1)</sup>を用いている。しかし $\dot{\sigma}$  ( $\dot{\sigma}$  はスピンを用いて定義される。)に関しては、今までのところ各種局所化ひずみシミュレーションにおいて、Jaumann の応力速度が用いられているのみで、その他の応力速度は用いられておらず、スピンの解析結果に及ぼす影響は認識されていないのが現状である。

本研究では、Jaumann 応力速度およびGreen 応力速度<sup>2)</sup>を用いて“局所化”の解析を行いスピンの解析結果に及ぼす影響を検討する。

## 2. 客観応力速度<sup>3)</sup>

従来、客観応力速度として一般的に用いられている Jaumann 応力速度は  $\dot{\sigma} = \dot{\sigma} - \mathbf{W}\sigma + \sigma\mathbf{W}$  で表わされる。 $\mathbf{W}$  は連続体スピン (continuum spin) と呼ばれていて、速度勾配  $\mathbf{L} (= \partial \mathbf{v} / \partial \mathbf{x}; \mathbf{v} = \text{速度}, \mathbf{x} = \text{変形後の座標})$  の反対称部分である。しかし Jaumann 応力速度は、線形弾性体や移動硬化塑性体の単純せん断変形において、応力成分が正弦波状に振動することが Dienes の研究などで報告されている。Dienes<sup>2)</sup> は、振動を回避し得る応力速度として Green 応力速度を用いることを提案した。その Green 応力速度は、 $\dot{\sigma} = \dot{\sigma} - \mathbf{Q}\sigma + \sigma\mathbf{Q}$  で表わされる。 $\mathbf{Q}$  は剛体スピン (material spin) と呼ばれていて、 $\mathbf{Q} = \dot{\mathbf{R}}\mathbf{R}^T = -\mathbf{R}\dot{\mathbf{R}}^T$  で表わされる。 $\mathbf{R}$  は直交テンソルで ( $\det|\mathbf{R}|=1$ )、変形勾配テンソル  $\mathbf{F} (= \partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{X}; \mathbf{X}, \mathbf{x}$  は変形前後の座標) の極分解定理  $\mathbf{F} = \mathbf{R}\mathbf{U} = \mathbf{V}\mathbf{R}$  で現われる  $\mathbf{R}$  である。

上記の2つのスピンを用いた弾塑性体の単純せん断における、無次元化応力とせん断ひずみの関係は、図-1 に示すようになる。この問題の材料特性は、ヤング率:  $E=200\text{GPa}$ , ポアソン比:  $\nu=$

$0.333$ , 初期降伏応力:  $\sigma_{y0}=400\text{MPa}$ ,  $n$  乗硬化則  $\sigma=c(a+\epsilon)^n$  において、 $c=590\text{MPa}$ ,  $n=0.0625$  とした。また、J 2 G 理論において、とがりの発達の速さを律する材料定数  $\rho$  は  $0.2$  とした。

## 3. 両端拘束平面ひずみ平行試験片の引張試験の解析

(長さ/幅)比が3で平面ひずみ状態にある平行試験片について、対称性を考慮して1/4のみを解析対象とし両端拘束下での強制変位による単軸引張のシミュレーションを行った。要素分割はクロストライアングル(CT)とした。増分計算の方法としてはいわゆる  $r_{min}$ 法<sup>4)</sup>を用いた。境界条件、荷重条件を図-2 に示した。目標伸び量 ( $U/L$ ) は  $0.20$  とした。しかし、Green 応力速度を用いる場合は塑性状態にある要素の除荷・負荷の数値的な判定が微妙になることがしばしばあり、計算時間が増大したため  $U/L=0.18$  で解析を打ち切った。

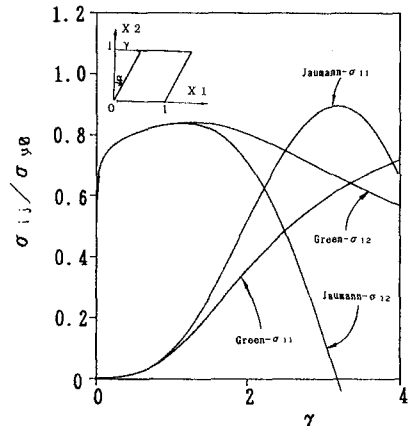


図-1 単純せん断における無次元化応力成分-せん断ひずみの関係図 ( $\sigma_{y0}$ は初期降伏応力)

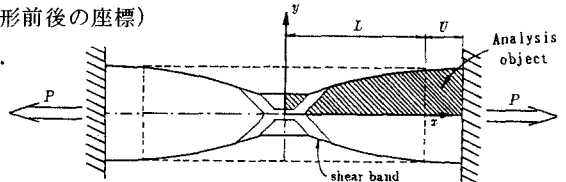


図-2 解析における諸条件

解析プログラムは、昨年度作成したLadeps-c<sup>2</sup><sup>5)</sup>にGreen応力速度を導入して、機能を拡張したLadeps91である。

Jaumann 応力速度とGreen 応力速度を用いて、単軸引張のシミュレーションをした結果を、図-3、4に示す。材料特性は2.の最後に示したものをを用いている。

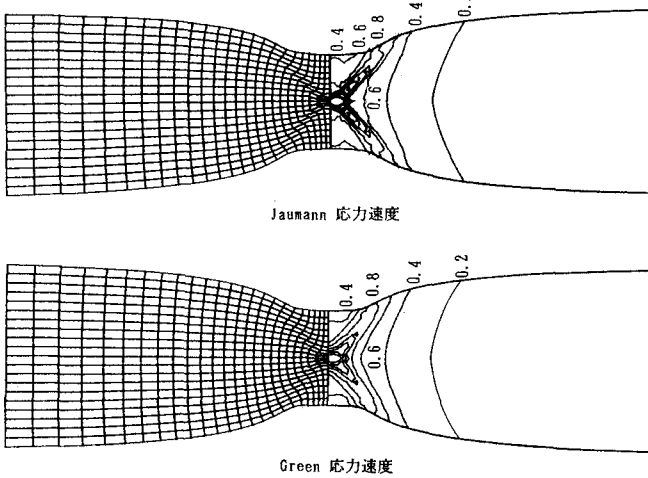


図-3 U/L=0.18における変形と相当塑性ひずみ  
 ※左は要素変形図でクロストライアングルは省いてある。  
 右は相当塑性ひずみの分布図で線1本は0.2。

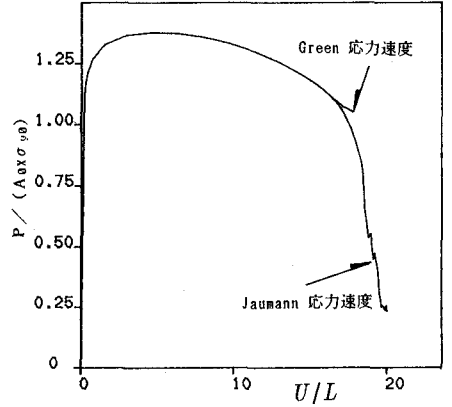


図-4 応力-ひずみの関係図  
 (縦軸は垂直方向力を初期降伏応力で無次元化した値  
 横軸は伸び率)

### (1) 変形と塑性ひずみ

図-3(左)の要素変形図では、Green 応力速度を用いた場合に比べJaumann 応力速度を用いた場合の方が、X字状にひずみが局所化している部分が明確に見える。また図-3(右)の相当塑性ひずみ分布図では、低ひずみ域の等ひずみ線の形状に差はないものの、高ひずみ域の等ひずみ線の差は明らかで、Jaumann 応力速度はGreen 応力速度に比べ、せん断帯とみなすことができる高ひずみ域をより明瞭に形成していることがわかる。

### (2) 無次元化引張荷重と無次元化伸び量の関係

図-4の無次元化引張荷重と無次元化伸び量の関係において、Jaumann 応力速度を用いた場合はGreen 応力速度を用いた場合に比べ、 $U/L=0.16$ 以降に荷重が鋭く落下している。これは無次元化伸び量 ( $U/L$ ) が0.16で(1)で述べたせん断帯の形成が認められるようになり、その後のせん断帯の成長がJaumann 応力速度の場合の方が大きくなっていることによる。

## 4. まとめ

Jaumann 応力速度を用いる場合のほうが、Green 応力速度を用いる場合に比べてせん断帯(高ひずみ域)が明瞭に現われることがわかった。最も合理的なスピンについての結論は未だ得られていないが、少なくともスピンの局所化現象の解析結果に及ぼす影響は少ないことには注目しなければならない。

本稿ではシミュレーション結果を示すに留まったが、より詳細な検討は今後の課題としたい。

参考文献 1) 後藤 學: 弾塑性構成式の一形式, 日本機械論文集(A編), 55巻 518号, pp.2080~2085, 1989. 2) Dienes, J.K: On the analysis of rotation and stress rate in deforming bodies, Acta Mech., 32, pp.217~232, 1990. 3) 黒田充紀: 変形する物体の客観応力速度について, 構造工学論文集, Vol.37A, pp.401~408, 1990. 4) 山田嘉昭: 塑性・粘弾性, 培風館, pp.103~104, 1980. 5) 黒田充紀・増田陳紀・坂元 剛・西畑進二: 局所的ひずみ集中をとまなう大変形問題解析における要素分割の影響についての一考察, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集第15巻, pp175~180, 1991.