

CS 3-12〔I〕 3次元ALE有限要素法による振動する円柱周りの流れの数値解析

清水建設 正員 野澤剛二郎
 東京大学 正員 野村 卓史

1. まえがき

近年、流体運動と連成した構造物の動的挙動に高い関心が払われているが、流れの3次元性が構造物の振動に与える影響を無視できない問題もあり、3次元領域について解析を行うことが重要な課題の一つとなる。本研究では移動する境界を扱うためのALE法を適用した3次元有限要素流れの方程式と構造物の支配方程式とを連成させて解く解析法を構成した。この解析法を検証するために円筒領域の粘性流体中を振動する円柱周りの流れについて解析を行う。この問題に対応する理論解は二つしか報告されておらず、ひとつは2次元の円形領域中を微小振幅で振動する円形体周りの流れの場合[1]、もうひとつは3次元領域で円筒と円柱の直径比が1に近く、流体の占める領域が非常に小さい場合である[2]。それぞれのケースについて解析を行い、その結果より求められる付加質量係数、付加減衰係数を理論解と比較し本解法を検証する。また本解法を用い、いずれの理論解も適用できないケース、さらには粘性流体中を自由振動する円柱周りの流れについても解析を行い、流れと構造の相関問題の一例として報告する。

2. 流れの支配方程式と有限要素方程式

ALE法によるNavier-Stokes方程式と非圧縮の連続の条件は次のようになる。

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho (u_j - \hat{u}_j) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho b_i \quad (1) \quad \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

$$\tau_{ij} = -p \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

ここで u は記述点での流速、 \hat{u} は記述点の移動速度、 b は流体の単位質量あたりに働く物体力、 p は流体に生じる圧力、 τ は流体のせん断応力、 δ_{ij} はクロネッカーデルタ、 ρ, μ は流体の密度、粘性係数を表わす。式(1)(2)にガラキン有限要素法を用い、流速に関しては1次、圧力は一定のアイソパラメトリック六面体要素に対して有限要素方程式を導くと次式ようになる。

$$\mathbf{M} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_a(\mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}}) \mathbf{u} + \mathbf{K}_\mu \mathbf{u} + \mathbf{G} \mathbf{p} = \mathbf{f} \quad (4) \quad \mathbf{G}^T \mathbf{u} = 0 \quad (5)$$

ただし、 \mathbf{M} は密度に関するマトリックス、 $\mathbf{K}_a(\mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}})$ は対流に関するマトリックス、 \mathbf{K}_μ は粘性に関するマトリックス、 \mathbf{G} は空間勾配に関するマトリックス、 \mathbf{f} は流体に働く物体力のベクトル、 \mathbf{u}, \mathbf{p} は流体の速度、圧力ベクトルを示す。

3. 流体の有限要素方程式と物体の運動方程式の連成

本研究では構造物は剛な柱状体であると仮定し、その運動方程式は次式であらわされる。

$$\mathbf{m}_s \alpha + \mathbf{c}_s \mathbf{v} + \mathbf{k}_s \delta = \mathbf{X} \quad (6)$$

ここで $\mathbf{m}_s, \mathbf{c}_s, \mathbf{k}_s$ はそれぞれ構造物の質量マトリックス、減衰マトリックス、弾性マトリックスを表わし、 $\alpha, \mathbf{v}, \delta$ はそれぞれ構造物の加速度、速度、変位のベクトル、 \mathbf{X} は構造物に働く外力のベクトルを表わす。物体が剛体で、物体の表面での境界条件を滑り無しとすることによって、物体表面上の節点の移動速度あるいは節点上の流速を物体の重心の速度との関係、および物体表面上の節点での節点力とその合力 \mathbf{X} との関係はいずれも変換行列 \mathbf{T} で次のように表わされる。

$$\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{T}^t \mathbf{v} \quad (7) \quad \mathbf{u} = \mathbf{T}^t \mathbf{v} \quad (8) \quad \mathbf{T} \mathbf{f} = -\mathbf{X} \quad (9)$$

上の式(7)(8)(9)を適用することによって流れと物体の運動方程式(4)(6)を連成させる解析過程を得ることができる。ここでは時間積分にpredictor-corrector法を用いる[3]。解析を行う要素は時間とともに変形するので各ステップ毎に要素マトリックスを作成する必要がある。

4. 解析例

円筒領域内の粘性流体中を強制振動する円柱の解析

円筒、円柱表面は滑り無しの条件とし、また円柱の振動を x 方向に限定したため対称性より対称面では滑りの条件とした。解析を行った要素分割の一例を図1示す。まず円筒と円柱の直径の比が5:1とし、円筒領域の両端部の境界条件を図1に示すように滑りの条件とした。円柱を正弦的に強制変位させて解析を行い、円柱に働く外力の時刻歴から付加質量係数 C_m 、付加減衰係数 C_v を求めたところ、2次元の理論解とよく一致する結果を得られた(図3)。

つぎに円筒と円柱の直径比を1.02:1とし間隙が円柱の直径と比べて非常に狭いケースについて図2で示す境界条件で先の解析と同様の強制変位を与えて解析を行い、付加質量係数 C_m 、付加減衰係数 C_v を求めたところ3次元の理論解との良い一致が得られた

(図4)。さらに理論解の存在しない、円筒と円柱の直径比5:1、円筒両端部の境界条件が図2で表わされるような場合についての解析を行った。その解析結果(表1)は、付加質量係数、付加減衰係数ともに同じ R_0 数で解析を行った2次元流れの値よりも減少している。これは図5からわかるように、円柱の進行方向の対称面から流体が流出し、反対側から流入することによって流体力が減少しているため、流れの3次元性によるものである。

円筒領域内の粘性流体中を自由振動する円柱の解析

流れと構造の相関問題の一例として粘性流体中に弾性支持された円柱に初期変位を与え、自由振動させる。円柱の自由度は上の強制振動の場合と同じくx方向に限定する。その時刻歴から求められる付加質量係数、付加減衰係数の値を同じ R_0 数のときの強制振動の結果と比較して良い一致が得られた(表2)。

参考文献

- [1] S.S.Chen, M.W.Wambsganss, J.A.Jendrzejczyk, Added Mass and Damping of a Vibrating Rod in Confined Viscous Fluids, Trans. of ASME J. Appl. Mech., June 1976 325-329
- [2] T.M.Mulcahy, Fluid Forces on Rods Vibrating in Finite Length Annular Regions, Journal of Applied Mechanics, 1980
- [3] T.Nomura, T.J.R.Huges, An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Method for Interaction of Fluid and A Rigid Body, C.M.A.M.E., 1992

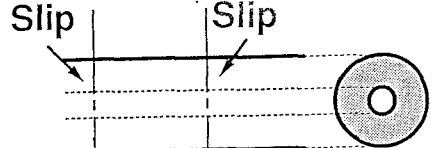
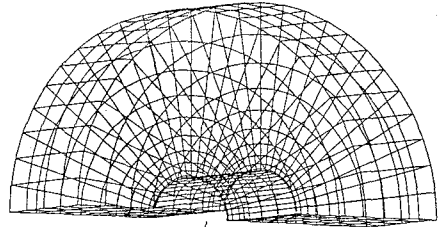


図1 要素分割図と境界条件

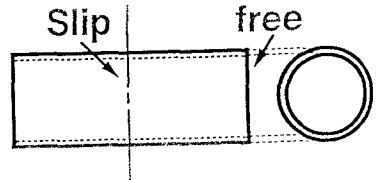


図2 境界条件

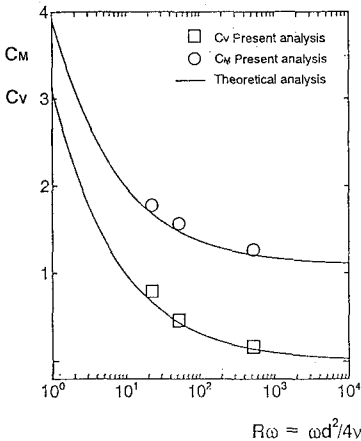


図3 2次元理論解と比較する付加質量係数と付加減衰係数

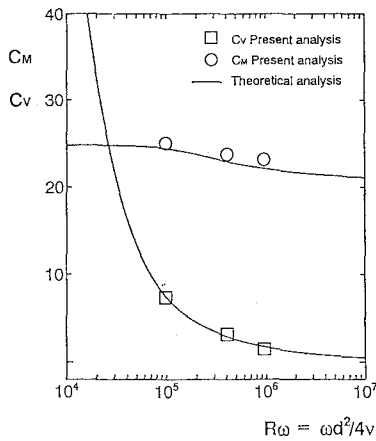


図4 3次元理論解と比較する付加質量係数と付加減衰係数

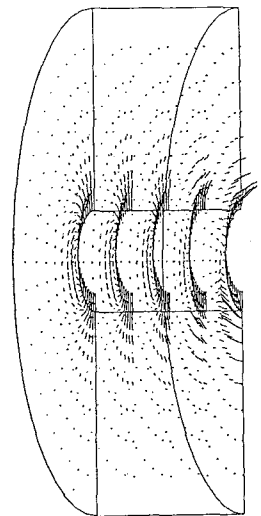


図5 流速ベクトル図

表1 理論解の無いケースの解析結果

R_0	C_m	$C_v/M\omega$
52.20	1.067	0.351
22.21	1.241	0.569

表2 円柱の自由振動の解析結果

	C_m	$C_v/M\omega$
自由振動	1.253	0.583
強制振動	1.241	0.569