土木学会第47回年次学術講演会（平成４年９月）

CS 3 - 2〔 I 〕　渦膜法を用いた流れの中の物体の振動の解析

福井大学工学部　正　員　福井卓雄
名古屋大学工学部　学生員　小島英郷

1. はじめに

非定常流れの中に存在する物体が，流れにより起こす振動を，渦膜法を用いて解析する．ポテンシャル流れの中の速度せん断層を連続渦膜としてモデル化し，渦膜の発生と移動による流れの様相の変化を解析する渦膜法は，流れの非定常的な局面を解析するのに有効な方法である．[1,2] ここでは，２次元的な流れの中にバネで支持された物体が存在するときに，流れにより生起する物体の振動を渦膜法を用いて解析する．

2. 流れの中の物体の振動

剛振動体の運動方程式: ２次元の流れの中におかれた振動体を考える．振動体は剛体であると仮定し，バネで空間に支持されているものとする．振動体の質量を $M = M1$，慣性モーメントを I_R，振動体を支持するバネのバネ定数を K，K_R とする．流体から，力 P とモーメント Q が振動体に作用するものとし，それによる振動体の重心の変位を X，回転変位を Θ とすると，振動体の運動方程式は

$$M\ddot{X} + KX = P, \qquad I_R\ddot{\Theta} + K_R\Theta = Q \tag{1}$$

となる．ここに，変数の上のドットは時間微分を示す．振動体上の位置 $\boldsymbol{x}$ における速度 $V(\boldsymbol{x})$ は次のようになる．

$$\dot{\boldsymbol{x}} = V(\boldsymbol{x}) = \dot{X} + \boldsymbol{x} \times \dot{\Theta}\boldsymbol{k} \tag{2}$$

流れの支配方程式と境界条件: 流れは非圧縮であると仮定する．外部で与えられた流れの中に振動体が存在し，流れによって振動体のまわりには渦膜が発生するものとする．この流れを，流れ関数 $\overline{\psi} = \psi_0 + \psi$ で表そう．ここに，ψ_0 は外部で与えられた流れ，ψ は振動体およびそれから発生する渦膜による流れを表す．流れの速度 $\boldsymbol{v}$ および渦度 ω は

$$\boldsymbol{v} = \nabla \times \overline{\psi}\boldsymbol{k}, \qquad \boldsymbol{\omega} = -\nabla^2\overline{\psi}\boldsymbol{k} \tag{3}$$

となる．渦度は振動体から発生する渦膜上にだけ存在すると考えれば，(3) の第二式より流れの支配方程式

$$\nabla^2\overline{\psi} = \gamma \tag{4}$$

を得る．ここに，γ は渦膜上に分布する渦密度である．つぎに，振動する物体との境界における流体の流れの境界条件を求めよう．振動体の変位は流速および振動体の大きさに対して十分に小さいものと仮定する．振動体が運動するとき，振動体境界上の点 $\boldsymbol{x}$ における速度は (2) より $V(\boldsymbol{x})$ で与えられる．したがって，境界上の法線方向の速度成分は $\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{v} = \boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{V}$ で与えられる．ただし，$\boldsymbol{n}$ は境界の単位法線ベクトルを表す．関数

$$\psi_M = -(\boldsymbol{x} \times \dot{X})\cdot\boldsymbol{k} - \frac{|x|^2}{2}\dot{\Theta} \tag{5}$$

を導入すると，境界条件は，流れ関数について

$$\overline{\psi} = \psi_M + c \tag{6}$$

と書ける．境界条件に含まれる未定定数 c は，Kelvin の循環定理

$$\int_{\partial D}\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial n}ds = -\int_{\Gamma}\gamma ds \tag{7}$$

を用いて決定することができる．ただし，∂D は物体境界であり，Γ は渦膜を表す．また，$\partial/\partial n$ は法線方向微分を表す．

振動体に作用する流体力: 流体の運動により，振動体に作用する力 P およびモーメント Q は，物体表面に作用する圧力 p の合力として，運動量保存則から求まり，

$$P = \rho\int_{\Gamma}\gamma\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial s}s\,ds + \rho\int_{\partial D}L[L(A - V_n\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial s}L)s + V_n^2 nL]ds \tag{8}$$

$$Q = \rho\int_{\Gamma}(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{x})\gamma\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial s}ds + \rho\frac{dc}{dt}\int_{\partial D}(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{x})ds + \rho\int_{\partial D}L[(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{x})L(A - V_n\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial s}L) - (\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{x})V_n^2 L]ds \tag{9}$$

となる．ここに，A および V_n は次のように定義した．

$$A = (\boldsymbol{x}\times\ddot{\boldsymbol{X}})\cdot\boldsymbol{k} + \frac{|\boldsymbol{x}|^2}{2}\ddot{\Theta}, \qquad V_n = \boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{V} = \boldsymbol{n}\cdot\dot{\boldsymbol{X}} - (\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{x})\dot{\Theta}$$

3. 連成問題の解析手法

振動体の運動の解析法: 振動体の運動の解析については，通常のバネ-質点系の解析手法を用いることができる．ここでは，方程式 (1) を差分化し，Eular 法により解析した．

流れの場の境界要素法解析: 渦膜を伴う流れの解析には境界要素法を用いる．[1,2] ここでは，手法の主旨だけを簡単に述べる．境界上の値の積分および渦膜による影響を用いて，流れ成分 ψ は

$$\psi(\boldsymbol{x}) = \int_\Gamma G(\boldsymbol{x};\boldsymbol{y})\gamma(\boldsymbol{y})\,ds_y + \int_{\partial D} G(\boldsymbol{x};\boldsymbol{y})\frac{\partial\psi}{\partial n}(\boldsymbol{y})\,ds_y - \int_{\partial D}\frac{\partial G(\boldsymbol{x};\boldsymbol{y})}{\partial n_y}(-\psi_0(\boldsymbol{y})+\psi_M(\boldsymbol{y})+c)\,ds_y \tag{10}$$

のように与えられる．ここに，積分核 $G(\boldsymbol{x};\boldsymbol{y})$ は対数ポテンシャルの核 $G(\boldsymbol{x};\boldsymbol{y}) = 1/2\pi\log(1/|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}|)$ である．(10) において，点 $\boldsymbol{x}$ を境界 ∂D に近づけると，境界における勾配 $\partial\psi/\partial n$ に関する境界積分方程式

$$c - \int_{\partial D} G(\boldsymbol{x};\boldsymbol{y})\frac{\partial\psi}{\partial n}(\boldsymbol{y})\,ds_y = \int_\Gamma G(\boldsymbol{x};\boldsymbol{y})\gamma(\boldsymbol{y})\,ds_y + \frac{1}{2}(\psi_0(\boldsymbol{x})-\psi_M(\boldsymbol{x})) + \mathrm{v.p.}\int_{\partial D}\frac{\partial G(\boldsymbol{x};\boldsymbol{y})}{\partial n_y}(\psi_0(\boldsymbol{y})-\psi_M(\boldsymbol{x}))\,ds_y \tag{11}$$

が得られる．未定定数 c は (7) を付加条件とすることにより決定できる．積分方程式 (11) の解析は境界要素法を用いて行う．ここでは，境界を多角形で近似し直線要素を用い，境界上の関数 ψ は要素上で線形，その法線方向の勾配は要素上で一定とした．渦膜の位置と強度は流れに乗って変化するので，時間を差分化して，逐次的に追跡する．

連成運動の解析法: 以上の個々の解析手法をもとにして，以下の手順で流体と振動体との連成運動の解析を行う．

<1>　静止した流体から出発する．まず，(11) を解いて流れの場を決定し，最初の渦膜を発生させる．

<2>　境界条件 (6) および渦膜を使って，(11) を解いて流れの場を求め，流体力 (8), (9) を求める．

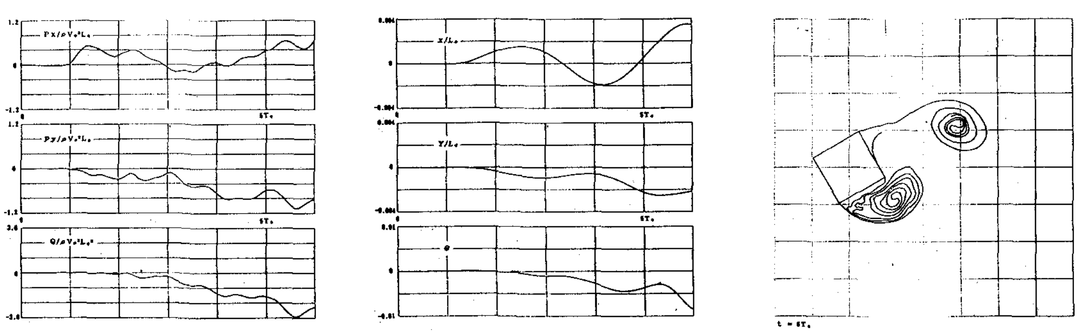
<3a>　流れの場により，渦膜を発生・移動させ，新しい渦膜の位置と強度を求める．

<3b>　得られた流体力を用いて，振動体の速度と新しい位置を求める．これにより，境界条件 (6) が更新される．

<4>　以後，<2>〜<3a,b> を繰り返す．

4. 数値解析例

出発流による正方形体の振動の解析例を図に示す．



(a) 流体力の変化　　(b) 物体の変位の変化　　(c) 最終段階での渦膜分布

図 1．出発流による正方形体の振動

参考文献

(1) 福井卓雄，小林章宏 (1989)，連続渦糸法による角柱まわりの流れの解析，境界要素法論文集，第６巻，173-178.

(2) 福井卓雄，小林章宏 (1990)，渦膜法による角柱群まわりの流れの解析，境界要素法論文集，第７巻，183-188.