

VI-157 確率論に基づくNATM計測の予測に関する研究

清水建設： 正会員 長谷川誠、正会員 河野重行、正会員 征矢雅宏、正会員 ○本村浩志

1. はじめに：NATMによるトンネル掘削において、内空変位、地中内変位、ロックボルト軸力、吹き付けコンクリート応力等を計測し、施工に反映することは、非常に重要であり、将来値を早期に精度よく予測することが必要である。予測法としては、現実のデータから回帰により予測曲線をあてはめて、将来予測する方法が一般に行なわれており、予測曲線として、種々の関数が提案されているが、指数関数が一般的である。しかしながら、データのばらつきを考慮せずに、関数を設定しているため、予測値の精度は考慮できない。また、追加のデータが得られるごとに、新たに予測曲線を求め直す必要があり、以前の予測曲線と新データの関係が明確ではない。河野は、確率論を導入することにより、データのばらつきを考慮し、かつ、データが得られるごとに、予測式を改善していくといった、逐次改善法による予測手法を論じた。([1]および[2])しかしながら、指数関数を仮定したために、指数関数に従わないデータに対しては、適用できなかった。

本研究は、前述の河野の方法を改善し、指数関数にこだわらず、クリープ的に増加する(収束傾向を含む)任意のデータに対して適用できる予測曲線の確率論を用いた推定法を提案した。

2. 確率論によるモデル：本研究では、以下に示す2つの指数関数の重ね合わせによるモデルを考える。

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_1 [1 - \exp\{-\alpha_1(t-t_0)\}] + \varepsilon_2 [1 - \exp\{-\alpha_2(t-t_0)\}] + \varepsilon_0 + e \quad (1)$$

e はモデル誤差を表す確率変数であり、経験者や類似の現場の状況から決められるが、ここでは、平均値0で標準偏差が σ_e の正規分布に従うとする。 ε_1 および ε_2 は、予測曲線の絶対量を表すパラメータであり、データのばらつき等を考慮して確率変数とする。 α_1 および α_2 は、予測曲線の曲がりの度合いを示すもので、やはり確率変数とする。 t_0 および ε_0 は、予測開始時の、時間および初期値であり、既知のため確定値である。本手法の目的は、実際に計測されたデータにより、当初仮定されたこれらの4つのパラメータの分布を改善し、最適なパラメータの値を同定することである。

確率変数の取り扱いに際し、連続変数を仮定することは計算量が多くなり、本手法が現場等のパソコンによる予測を対象としていることから、实际的でない。また、離散変数を仮定すると、当初の分布の範囲をどれだけに設定したらよいかの問題がある。すなわち、改善後の分布の平均値が当初の範囲外になる場合、パラメータが正しく評価されず、精度に問題がある。逆に、範囲を大きく設定すれば、精度は上がるが連続変数の場合と同様に計算に時間がかかり、实际的でない。したがって、本手法においては、4つのパラメータに対し、平均値と標準偏差の2つの仮定した統計量を持つ確率分布に従う乱数を発生させ、各々の組に対する4つのパラメータの値の生起確率を実際のデータにより改善する方法をとった。ここでは、4つのパラメータは負値をとりえないことから、計測開始前に仮定するパラメータの分布は、対数正規分布に従うとする。

いま、N組の乱数を発生させたとして、データ ε により改善されたi組のパラメータの値 ε_{1i} 、 α_{1i} 、 ε_{2i} 、 α_{2i} の同時生起確率 $P''(\varepsilon_{1i}, \alpha_{1i}, \varepsilon_{2i}, \alpha_{2i})$ はベイズの理論[3]により、以下となる。

$$P''(\varepsilon_{1i}, \alpha_{1i}, \varepsilon_{2i}, \alpha_{2i}) = P(\varepsilon / \varepsilon_{1i}, \alpha_{1i}, \varepsilon_{2i}, \alpha_{2i}) P'(\varepsilon_{1i}, \alpha_{1i}, \varepsilon_{2i}, \alpha_{2i}) / \sum P(\varepsilon / \varepsilon_{1i}, \alpha_{1i}, \varepsilon_{2i}, \alpha_{2i}) P'(\varepsilon_{1i}, \alpha_{1i}, \varepsilon_{2i}, \alpha_{2i}) \quad (2)$$

$P(\varepsilon / \varepsilon_{1i}, \alpha_{1i}, \varepsilon_{2i}, \alpha_{2i})$ は、パラメータの値 ε_{1i} 、 α_{1i} 、 ε_{2i} 、 α_{2i} のもとでのデータ ε の生起する確率であり、尤度関数と呼ばれる。 $P'(\varepsilon_{1i}, \alpha_{1i}, \varepsilon_{2i}, \alpha_{2i})$ はデータ ε が得られる前に推定された ε_{1i} 、 α_{1i} 、 ε_{2i} 、 α_{2i} の同時生起確率である。データが得られる前は、 $P'(\varepsilon_{1i}, \alpha_{1i}, \varepsilon_{2i}, \alpha_{2i}) = 1/N$ である。時間 t_j に、データ ε^j ($j=1, 2, \dots, n$) が計測された時の $P(\varepsilon / \varepsilon_{1i}, \alpha_{1i}, \varepsilon_{2i}, \alpha_{2i})$ は、

$$P(\varepsilon / \varepsilon_{1i}, \alpha_{1i}, \varepsilon_{2i}, \alpha_{2i}) = \prod_{j=1}^n \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\varepsilon_i}^j} \right) \exp \left\{ - \left(\varepsilon_j - \mu_{\varepsilon_i}^j \right)^2 / 2 \sigma_{\varepsilon_i}^2 \right\} \Delta \quad (3)$$

である。 μ_{ϵ_i} および σ_{ϵ_i} は、時間 t_j における式（1）に示されるモデルの平均値と標準偏差であり、式（1）より、得られる。計測データにより、4つのパラメータの生起確率、すなわち、確率分布が改善され、パラメータ ϵ_{1i} の平均値および標準偏差は以下の式で与えられ、他のパラメータも同様に得られる。

$$\mu_{\epsilon_1} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N} \epsilon_{1i} P''(\epsilon_{1i}, \alpha_{1i}, \epsilon_{2i}, \alpha_{2i}) \quad (4) \quad \sigma_{\epsilon_1}^2 = \frac{N}{\sum_{i=1}^N} (\epsilon_{1i} - \mu_{\epsilon_1})^2 P''(\epsilon_{1i}, \alpha_{1i}, \epsilon_{2i}, \alpha_{2i}) \quad (5)$$

データにより、改善された予測曲線による将来の任意の時間 t における予測値の平均値は、一次近似により、

$$\mu_{\epsilon} = \mu_{\epsilon_1} (1 - \exp\{-\mu_{\alpha_1}(t - t_0)\}) + \mu_{\epsilon_2} (1 - \exp\{-\mu_{\alpha_2}(t - t_0)\}) + \epsilon_0 \quad (6)$$

3. 適用例：本手法を用いて、某トンネルにおいて計測されたデータより、予測曲線を推定した。計測開始前において、経験から、 ϵ_{1i} , α_{1i} , ϵ_{2i} および α_{2i} の平均値は、各々 15 cm, 0.05, 15 cm, 0.01 とし、変動係数は、50% とした。また、モデル誤差の標準偏差 σ_{ϵ} は、他の計測事例より、2 cm とした。データが数多く計測されているために、ここでは、5個のデータを1つのグループとして、予測曲線を推定したが、予測曲線の平均値の改善状況を図-1から図-3に示す。図中の、3本の曲線の内、下2本は、式（1）の各々の項であり、一番外側が、重ね合わされた、曲線である。図より、データの増加とともに、予測曲線が改善されているのがわかる。また、データの推移は、クリープ的に増加しているにもかかわらず、本モデルでよく表されているのがわかる。図-4において、データの個数と予測精度の関係が示されており、105個あたり、すなわち230日前後で、予測値が32mmに収束している。現実の予測において、まず必要であるものは、将来の予測値の平均値であるとの観点から、ここでは、平均値を中心に述べた。

4. おわりに：本研究は、確率論に基づく計測データによる予想曲線の逐次改善法を論じたものである。予測曲線の関数形にこだわらず、データの任意の増加に対して、適用でき、かつパソコン程度で予測できるため、実用的な手法と考えられる。今後は、データ間の相関を考慮することにより、精度の向上を計る予定である。

参考文献：[1] S. Kohno, Reliability-based Design of Tunnel Support Systems, Ph.D. Thesis, Univ. of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, IL, 1989. [2] 河野他；確率論に基づくNATM計測の予測に関する一提案、第22回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集、1990年2月 [3] A.H-S. Ang and W.H. Tang, Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Vol.I Basic Principles, John Wiley and Sons, 1975.

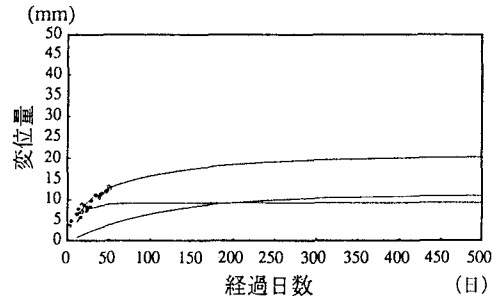


図-1 予測曲線（50日）

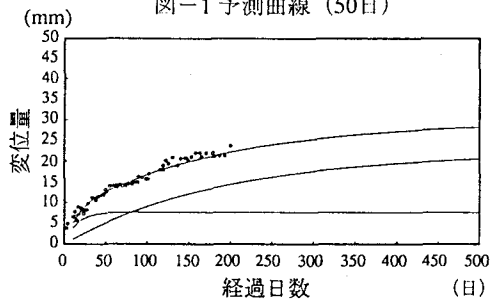


図-2 予測曲線（200日）

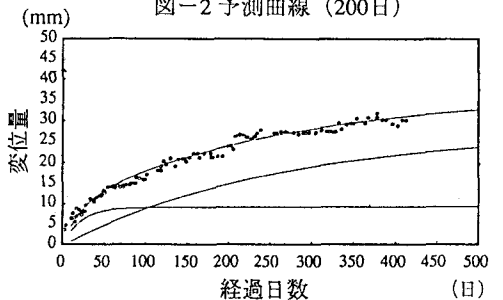


図-3 予測曲線（400日）

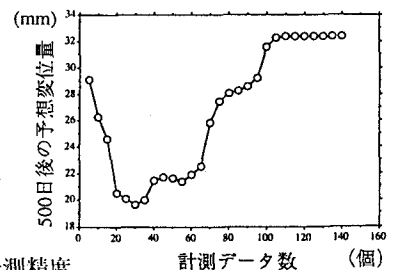


図-4 予測精度