

## VI-16 数値シミュレーションによる測量精度推定の提案

株大本組 土木本部 正員 木村正之  
 株大本組 土木本部 正員 中西祐啓  
 株大本組 土木本部 正員 上森康史

1.はじめに

測量を行った結果には必ず誤差が含まれている。得られた結果に誤差が含まれていることを認めた上で、その後の判断の基準とするべきである。このためには、測量全体のシステムとしての精度を把握しておくことが必要となる。測量機器メーカーでは、各測定機の測定精度（誤差）を調査し、カタログに明記しているものもある。これは1回の測定を行った場合の精度であり、この精度を組み合わせた場合、言い換えると、測量を行った後の最終的な誤差については明記していない。これは、測角・測距の数、そのときの測点の全体的な形状（ユーザー側の利用形態）等によって発生する誤差が変化するためである。

実施工時において、特にトンネル等地下を施工する場合には、開トラバース網による施工管理が余儀なく強いられている。開トラバースには始点と終点に制約条件がなく、閉合トラバース、結合トラバースに比べて精度が劣る。特に曲線施工の場合には測点の数も多くなり、誤差拡大の要因となっている。施工精度がどの程度なのか、既知点に到達するまで不安なものである。

近年、ジャイロ、光波測距儀等の新しい測量装置が多くの現場で使用されるようになってきている。また、省力化のため自動測量、遠隔操作による測量への移行が検討されてきている。新しい測量装置の導入や測量形態の変更を行った場合には、測量精度も変化していく。

本報告では、測量全体の精度推定の方法としてモンテカルロ・シミュレーション手法を採用する。この手法を用いれば、測角精度、測距精度等各種の測定精度が複合したものであっても、単体での測量精度を入力することにより、比較的簡単に測量全体の精度を知ることが可能である。また、自動測量手法の開発段階において、各測定装置が単体でどの程度の精度が必要となるのかを先に調査することもできる。

2.誤差の模擬発生

あるものを測定したとき、その測定誤差は正規分布（ガウス分布）に従うことはよく知られている。正規分布の密度関数を式(1)に示す。

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \exp \left\{ -\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (1)$$

ここに、 $\mu$ は平均値、 $\sigma$ は標準偏差である。

次式を用いて標準化すると、式(1)は式(3)に示すような、平均値 $\mu = 0$ 、標準偏差 $\sigma = 1$ の標準正規分布となる。

$$X = (x - \mu) / \sigma \quad (2)$$

$$f(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{X^2}{2} \right\} \quad (3)$$

図-1に標準正規分布の密度関数と分布関数の概形を示す。

ほとんどのコンピュータは、範囲[0, 1]の一様乱数（疑似乱数）を発生させる機能を持っている。一様乱数を発生させ、この値を図-1に示している確率値 $F(X)$ とし、確率分布関数の図に矢印で示しているような経路で逆変換すれば、 $X$ の系列は標準正規乱数となる。得られた値を式(2)で変換して $x$ を求めれば、シミュレーションに必要な誤差を持つ

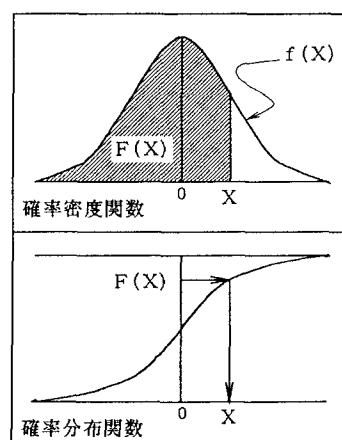


図-1 標準正規分布の概形

た測定値が得られる。確率分布関数  $F(X)$  の式は、積分項を持つため、近似式による変換を行うことになる。標準正規乱数の発生方法としては他にも各種考案されているので、使いやすい方法を用いればよい。

### 3. 測量シミュレーション手法

誤差を持った測定量の模擬発生は、個々の測定装置の精度を標準偏差として与えておき、以下に示す測角・測距シミュレーション手法を用いて行う。

#### (1) 測角シミュレーション手法

図-2に測角シミュレーション手法の概念図を示す。シミュレーションを行う場合、トランシットA、ターゲット  $T_1$ 、 $T_2$ の正確な座標はわかっているものとする。たとえばトラバース測量を対象とする場合には、すでに測量した測点の座標を真の値と仮定する。または、測点が決められた位置に計画されていれば、その座標値とする。ターゲット  $T_1$ 、 $T_2$ 間の測定した角度(誤差を持った角度)を求めるには、次の手順で行う。

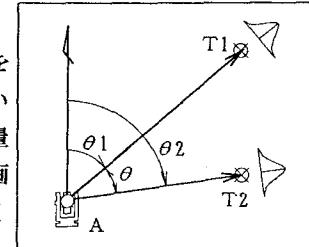


図-2 測角シミュレーション概念図

- ① ある基準となる方向(ここでは真北)からの真の角度  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ を求める。
- ② 平均値  $\bar{\theta}$  の標準偏差  $\sigma$  が測角精度と同じになるような正規乱数  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$  を模擬発生させる。
- ③  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ に測角誤差を持たせるため、それぞれに  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$  を加える。この値を新たに  $\theta_1$ 、 $\theta_2$  とする。
- ④  $\theta_1$ 、 $\theta_2$  の差が、誤差を持つ測定した値  $\theta$  となる。

たとえば、基準方向からの真の角度  $\theta_1=30.5^\circ$ 、 $\theta_2=60.8^\circ$  とする。このときの誤差量(模擬発生した正規乱数の値)を  $\varepsilon_1=0.3^\circ$ 、 $\varepsilon_2=-0.2^\circ$  とすると、測定された値は、 $\theta_1=30.5^\circ+0.3^\circ=30.8^\circ$ 、 $\theta_2=60.8^\circ-0.2^\circ=60.6^\circ$  となる。したがって、測定角  $\theta=60.6^\circ-30.8^\circ=29.8^\circ$  となり、真の値( $60.8^\circ-30.5^\circ=30.3^\circ$ )とは  $0.5^\circ$  の差となる。この例のように2点間の測定を行った場合の角度差  $\theta$  の標準偏差は、理論的に求めることができるが、3点以上になった場合には複雑になるのでここで提示した手法の方が簡単に求めることができる。

実際の測量においては、ターゲットの真の座標値は不明であり、上記の手順で得られた誤差を持った角度  $\theta$ だけが測定できる。したがって、測定したターゲットの座標を求めるには、この値を用いる。

ジャイロを使用した測量シミュレーションを行う場合には、基準となる方向にも誤差を与えるべき。

#### (2) 測距シミュレーション手法

図-3に測距シミュレーション手法の概念図(光波測距儀を使用した場合)を示す。前述の測角の場合と同様にトランシットA、ターゲット  $T_1$  の真の座標はわかっているものとする。トランシットAとターゲット  $T_1$ との測定した距離(誤差を持った距離)を求めるには、真の距離  $L$ を求めて、この値に模擬発生した正規乱数を加える。その値を実際の測量により得た値として用いることにする。

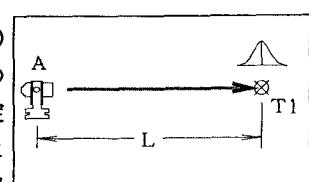


図-3 測距シミュレーション概念図

以上に示した手法により、誤差を持つ角度、距離から新たに測点の座標を求める。この座標値と真の座標値の差をとればこの値が測点の誤差となる。これを何回か繰り返せば、最終測点の座標値の誤差の標準偏差を求めることができる。それが測量システムとしての最終的な精度として得られる。

### 4. おわりに

本検討では、測量システム全体の精度測定の方法としてモンテカルロ・シミュレーションによる手法を採用了。個々の測量装置の精度が明らかになっていれば、提案した手法により比較的簡単に測量全体の精度を知ることができる。現在では、パーソナルコンピューター程度であればほとんどの現場で使用されており、現場ごとに測量シミュレーションを行うことも可能であり、各現場の測量精度を知ることができる。

【参考文献】1)丸安隆和:新版測量学(上), (下), コロナ社, 1982.

2)伊藤學・亀田弘行訳:土木・建築のための確率・統計の基礎, 丸善株式会社, 1977.

3)磯田和男・大野豊監修:FORTRANによる数値計算ハンドブック, オーム社, 1971.