

V-245

クラックひずみ分布関数を用いたRC平面要素の有限要素法定式化

- 名古屋大学 学生員 浦野一也
- 名古屋大学 正会員 呉 智深
- 名古屋大学 正会員 田辺忠顕

1. はじめに

板状の要素で構成されたRC構造物の荷重による変形は、要素内の種々の力学的挙動が重なり合うことにより複雑な非線形挙動を示す。とりわけ引張により生ずるクラックとこれに付随して起こる鉄筋とコンクリートとのすべりの影響は特に大きいことが知られている<sup>1)</sup>。そこで、各種の研究が行われ、tension stiffening に関する提案式が公表されている。本研究では、より簡易な tension stiffening 効果の二次元場への導入を目的として、「クラックひずみ」という概念的な非弾性ひずみを用いたクラックひずみ法に基本的にに基づき、一般化座標を用いた形状関数にすべりの影響を取り入れ、FEM 解析を行い、RC平板の変形挙動に関するモデルを構築する。

2. 解析方法

図-1に示される四節点要素をFEM 解析のためのRC平面要素とする。ただし、全体座標系としてx-y系をとり、クラック面に対して垂直方向と平行方向にn-t系をとる。また、x-y系から時計回りにθ回転させた方向に鉄筋に関する座標系であるr-s系をとる。

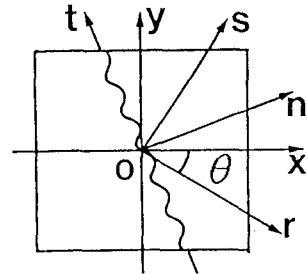


図-1 数値解析モデル

2-1 形状関数

玉腰ら<sup>2)</sup>の研究では、アイソパラメトリック形状関数を用いていたが、本研究では、変形にすべりが影響すると考え、一般化座標を用いた次の式を使うものとする。

$$u = a_1 + a_2 \left( x + \frac{b_{c,x} \sinh\{(X - L_x)/b_{c,x}\}}{n_1 p \cosh\{L_x/b_{c,x}\}} \right) + a_3 y + a_4 xy \quad (1)$$

$$v = b_1 + b_2 x + b_3 \left( y + \frac{b_{c,y} \sinh\{(Y - L_y)/b_{c,y}\}}{n_1 p \cosh\{L_y/b_{c,y}\}} \right) + b_4 xy \quad (2)$$

2-2 コンクリートひずみおよびクラックひずみ

x-y座標系における全ひずみ {ε}、コンクリートひずみ {ε<sub>c</sub>}、クラックひずみ {ε<sub>cr</sub>} の関係を次式のように仮定する。

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon_c\} + \{\epsilon_{cr}\} \quad (3)$$

それぞれのひずみを一般的な有限要素法の記述を用いて示せば次式のようなになる。ただし、クラックひずみは、鉄筋とコンクリートとの付着・すべりから(5)式のように仮定する。また、式は0 ≤ x ≤ L<sub>n</sub> のみを記述する。

$$\{\epsilon\} = [B]\{d\} \quad (4)$$

$$\{\epsilon_{cr}\} = [B(n=0)] \frac{\cosh(a(n - L_n)/b_{c,n})}{\cosh(aL_n/b_{c,n})} \{d\} = [B_{cr}]\{d\} \quad \text{ただし、} b_{c,n} = \sqrt{\frac{A_s E_s}{\phi_s (1 + n_1 p) k_1}} \quad (5)$$

$$\{\epsilon_c\} = [[B] - [B_{cr}]]\{d\} = [B_c]\{d\} \quad (6)$$

2-3 付着すべりおよび鉄筋ひずみ

鉄筋に関するr-s座標系における、r軸方向の鉄筋とコンクリートとの間に生じるすべり量gは式

(7) で定義する。

$$g(r) = \int_0^r \varepsilon_{s,r,s} dr - \int_0^r \varepsilon_{c,r,s} dr \quad (7)$$

ただし、 $\varepsilon_{c,r,s} = [T]\{\varepsilon_c\}$

[T] ; ひずみの座標変換マトリックス

また、すべり量は、一般に知られている付着の基礎式および境界条件より

$$g(r) = \frac{b_c \tanh(aL_n/b_{c,n}) \sinh[(r-L_r)/b_{c,r}] [B(n=0)]}{\text{asinh}(L_r/b_{c,r})} \{d\} \\ = [B_{bs,r,s}] \{d\} \quad (8)$$

式(7)、(8)より、鉄筋ひずみは式(9)のように表される。

$$\varepsilon_s = [T][B_c]\{d\} \quad (9) \\ + \frac{b_c \tanh(aL_n/b_{c,n}) \sinh[(r-L_r)/b_{c,r}] [B(n=0)]}{\text{asinh}(L_r/b_{c,r})} \{d\} = [B_{s,r,s}] \{d\}$$

### 2-4 剛性方程式

さきに定義した [B<sub>c</sub>]、[B<sub>s</sub>]、[B<sub>bs</sub>] を用いれば仮想仕事の原理より、節点力 {P} 及び剛性マトリックス [K] は次式で表される。

$$\{P\} = \left[ \int_{V_c} [B_c]^T [D_c] [B_c] dV_c + \int_{V_s} E_s [B_{s,r,s}]^T [B_{s,r,s}] dV_s \right. \\ \left. + \int_{b_s} k_1 [B_{bs,r,s}]^T [B_{bs,r,s}] db_s \right] \{d\} = [K] \{d\} \quad (10)$$

$$\text{ただし、} [D_c] = \frac{E_c}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

V<sub>c</sub>, V<sub>s</sub>; コンクリートと鉄筋の体積  
b<sub>s</sub>; 鉄筋の周長

### 3. 解析結果

実験結果との比較を行った結果を図(a) に示す。これらより低応力レベルで変形挙動を精密に再現していることが分かる。また、パラメータによる剛性への影響を図(b)、(c)、(d) に示す。図(b) より鉄筋単体についてはθが大きくなると剛性が低下するが、全体についてはθ=15°、θ=30°において剛性が落ちにくくなること分かる。図(c) より鉄筋比が大きくなると剛性も大きくなること分かる。図(d) よりk<sub>1</sub> が小さいほど剛性が落ちにくくなること分かる。

### 4. 参考文献

- 1) 加藤千貴・呉智深・田辺忠顕: クラックひずみ分布関数を用いたRC単軸要素の引張剛性に関するFEM解析の定式化、日本コンクリート工学協会、コンクリート工学年次論文報告集, vol. 11, No. 2, 1989
- 2) 玉腰直樹・呉智深・二羽淳一郎: クラックひずみ分布関数を用いた平面応力場における引張剛性の定式化、土木学会中部支部論文報告集,

V-14 pp. 428-429. 1990.

