

IV-278

GPS における WGS-84 の地上直交座標系への変換方法について

神戸大学 正 清水則一 正 桜井春輔 学 川嶋幾夫

1. はじめに GPS (Global Positioning System: 人工衛星による精密測位システム) 測量によって得られる観測点の座標は、地球中心を原点とする WGS(World Geodetic System)-84 において求められる(図-1)。GPS を一般の土木測量あるいは筆者らが検討している地盤変位の計測¹⁾⁻³⁾に利用する場合、地上に定めた直交座標系、すなわち、鉛直軸および水平面内の2軸で構成される座標系で表わす必要がある。そのような目的にかなう座標変換は、GPS の土木工学への応用研究において検討されていないようである。そこで、本報告では題意の座標変換の一方法を提案し、その適用結果について述べる。

2. WGS-84 から地上直交座標系への変換方法 ここで言う地上直交座標系とは、地上の任意の1点を含む水平面内の任意方向、および鉛直方向を座標軸とする直交座標系である(残りの軸は水平面内に座標系が右手系になるようにとる)。以下に提案する変換方法の具体的な手順を示す。なお、この方法は測量領域が高々数平方 km 程度の場合を対象としている。

手順1: 地上に観測点を3カ所設置し(点0,1,2とする、図-2)、レベル測量でそれらの観測点の高低差を測量する。観測点のうち1点(点0)を基準点とし、その基準点を通る一つの水平面を求める。その面を基準水平面と呼ぶ。なお、基準点0と観測点1および2の高低差をそれぞれ、 h_1 および h_2 とする(図-2)。

手順2: GPS 測量によって3観測点の座標を WGS-84 において求める。ここで、点0から点1および2に向かうベクトルを $\vec{a}_1$ および $\vec{a}_2$ 、それらの単位方向ベクトルを $\vec{e}_1$ および $\vec{e}_2$ とする。

$$\vec{a}_i = (x_i, y_i, z_i), \quad \vec{e}_i = (x_i/L_i, y_i/L_i, z_i/L_i) = (\ell_i, m_i, n_i), \quad L_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2} \quad (i = 1, 2) \quad (1)$$

なお、 x_i, y_i, z_i は WGS-84 における、観測点*i*の基準点0との相対座標である。

手順3: $\vec{a}_1$ と $\vec{a}_2$ で張る平面内に2軸をとり(x', y' 軸、ただし x' 軸は $\vec{a}_1$ と一致させる)、それらと直交する軸(z' 軸)とによって新たな座標系 $x'y'z'$ をつくる(図-3)。観測点*i*の座標 $x_i, y_i, z_i (i = 1, 2)$ を $x'y'z'$ 座標系へ変換するマトリックスは次のように求められる。

$$\mathbf{T1} = \begin{pmatrix} \ell_1 & m_1 & n_1 \\ (1/pq)\{\ell_2 - \ell_1(\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2)\} & (1/pq)\{m_2 - m_1(\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2)\} & (1/pq)\{n_2 - n_1(\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2)\} \\ (1/p)(m_1n_2 - m_2n_1) & (1/p)(n_1\ell_2 - n_2\ell_1) & (1/p)(\ell_1m_2 - \ell_2m_1) \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$p = |\vec{e}_1 \times \vec{e}_2|, \quad q = |\vec{e}_2 \times \vec{e}_1|, \quad \vec{e}_z' = (m_1n_2 - m_2n_1, n_1\ell_2 - n_2\ell_1, \ell_1m_2 - \ell_2m_1)/p \quad (3)$$

手順4: 手順3で定義した y' 軸を回転軸とし、 x' 軸を基準点0を含む基準水平面上にのせ、新しい座標系 $x''y''z''$ 系を作る(図-4)。また、 x'' 軸を回転軸にとり、 y'' 軸を基準水平面上にのせ、新しい座標系 $x'''y'''z'''$ 系を作る(図-5)。 x' 軸および y'' 軸と基準水平面との角度をそれぞれ、 α_1 および α_2 とすれば、 $x'y'z'$ 系は次のマトリックスによって $x'''y'''z'''$ 座標系に変換される。

$$\mathbf{T3} \cdot \mathbf{T2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_2 & -\sin \alpha_2 \\ 0 & \sin \alpha_2 & \cos \alpha_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha_1 & 0 & -\sin \alpha_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha_1 & 0 & \cos \alpha_1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

なお、回転角 α_1 および α_2 は、観測点1および2の座標の z'' 成分、 z_1'' および z_2'' を、それぞれレベル測量によって得た高低差 h_1 および h_2 と等値して次の式によって求められる。

$$\alpha_2 = \sin^{-1}\{h_2 - h_1(x_2'/L_1)\}/y_2', \quad \alpha_1 = \sin^{-1}\{h_1/(L_1 \cos \alpha_2)\} \quad (5)$$

手順5: z''' 軸を回転軸とし、 x''' 軸を $\vec{a}_1$ の基準水平面への正斜影方向に一致させる(図-6)。その回転角を α_3 とすると、 $x'''y'''z'''$ 座標系は次のマトリックスによって、求めるべきXYZ座標系に変換される。

$$T4 = \begin{pmatrix} \cos \alpha_3 & -\sin \alpha_3 & 0 \\ \sin \alpha_3 & \cos \alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha_3 = \tan^{-1}(\sin \alpha_1 \sin \alpha_2 / \cos \alpha_1) \quad (6)$$

以上の結果、次式によって WGS-84 座標 (x, y, z) を地上直交座標 (X, Y, Z) に変換することができる。

$$(X, Y, Z)^T = T4 \cdot T3 \cdot T2 \cdot T1(x, y, z)^T \quad (7)$$

3. 適用例 図-7 に示す観測網に対しキネマティック GPS 測量を実施した。観測点 1～3 を用いて、2. の手順に従い座標変換を行った。ここでは、観測点 1 を基準点とし、基準点 1 から観測点 3 の方向に地上直交座標系の X 軸を、鉛直上向き方向を Z 軸に、右手系になるように Y 軸を設定した。WGS-84 からみた、地上直交座標系の各座標軸の角度を表-1 に示す。表-2 に GPS 測量結果を地上直交座標系に変換した結果と、同観測網をトータルステーションによって測量した結果とを比較して示す。従来、GPS 測量と通常測量との測量結果比較は主に距離について行われていたが、提案した座標変換によって各座標成分について比較することが可能となった。本実測では、GPS によってトータルステーション測量と概ね 10mm 以内の差で観測点の座標が測量された。変位測定も行ったが結果は既発表 3) を参照されたい。

4. むすび GPS における WGS-84 を、地上の直交座標系に変換する方法を提案した。その結果、GPS 測量によって得た観測点の座標成分を、地上で行った従来測量の結果と比較あるいは結び付けることが可能となり、提案方法は GPS を利用する上で役立つものと考えられる。

参考文献 1) 桜井、清水：GPS（汎地球測位システム）の地盤変位計測への応用、土と基礎、38-4(387), pp.65-72, 1990. 2) 桜井、清水：人工衛星による精密測位システム（GPS）の岩盤変位測定への応用、土木学会岩盤力学シンポジウム、pp.41-45, 1991. 3) 桜井、清水：人工衛星を用いた精密測位システム（GPS）による三次元変位測定実験、土木学会関西年次講演、1991

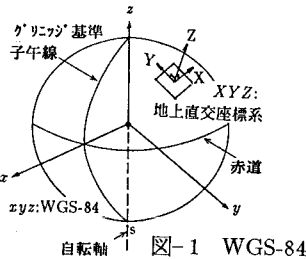


図-1 WGS-84

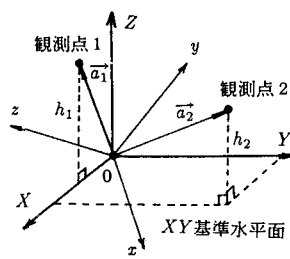


図-2 地上直交座標系と観測点

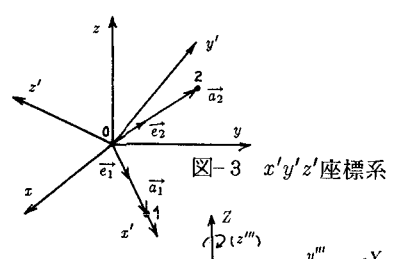


図-3 x'y'z'座標系

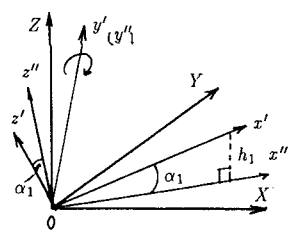


図-4 x''y''z''座標系

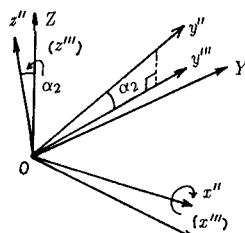


図-5 x'''y'''z'''座標系

図-6 XYZ(地上直交)座標系

表-2 座標変換後の GPS 測量結果

(観測点 1 を原点とした座標、単位: m)

観測点		X	Y	z
2	GPS	106.905	169.170	-0.047
	測量	106.915	169.170	-0.047
	差	0.010	0.000	-
3	GPS	106.890	0.000	0.460
	測量	106.887	0.000	0.460
	差	0.003	-	-
4	GPS	44.929	27.351	0.718
	測量	44.940	27.348	0.713
	差	0.011	0.003	0.005
5	GPS	44.968	-44.960	-0.272
	測量	44.960	-44.959	-0.289
	差	0.008	0.001	0.017

表-1 WGS-84 からみた地上直交座標の方向角 unit:degrees

	wgs-84		
	x	y	z
X	59.9391	107.1346	35.5306
Y	50.3086	40.4985	96.7661
Z	125.7412	54.6370	55.3146

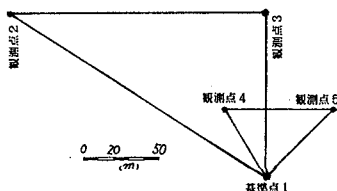


図-7 GPS 測量観測網