Ⅳ－184　交通ネットワーク均衡を考慮した観測リンク交通量からのＯＤ交通量推計

京都大学大学院　学生員　楊　海
京都大学工学部　正　員　飯田恭敬
京都大学工学部　正　員　佐佐木綱

1．はじめに

従来の観測リンク交通量に基づくOD交通量推計モデルでは，OD間の経路選択率は所与かつ固定的に扱われてきた。しかし交通混雑が利用者の経路選択に与える影響が大きい場合，この様な方法には経路選択率の整合性に問題が残されている。すなわち，固定的に与えた経路選択率を用いて観測リンク交通量からOD交通量を推計するのに対し，OD交通量は常に利用者均衡原理に基づいてネットワークに配分されている。このため，ネットワーク均衡配分で得られる経路選択率はOD交通量推計に先決した経路選択率と異なろう。

この問題点を解決する方法として，本研究では交通混雑を考慮した観測リンク交通量からのOD交通量推計モデルを提案する。そのため従来の経路選択率を先決値とした残差平方和最小化モデルを，利用者均衡問題を制約条件とする推計モデルに発展・拡張する。その結果として推計モデルは２レベル計画問題として定式化される。上位問題はOD交通量と観測リンク交通量に関する残差平方和を最小にし，下位問題は通常のネットワーク均衡問題である。

2．モデルの定式化

ここでは従来の一般化残差平方和最小化モデルとネットワーク均衡モデルを統合することにより，以下で示すOD交通量を推計するための２レベル最適化モデルを提案する。

$$\min_{t}\ (\bar{t}-t)^T U^{-1}(\bar{t}-t)+(\bar{v}-v)^T W^{-1}(\bar{v}-v) \qquad (1)$$

$$\text{subject to}\quad t \geqq 0 \qquad (2)$$

where v solves

$$\min_{v}\ \sum_{a\in A}\int_0^{v_a} c_a(x)dx \qquad (3)$$

subject to

$$\sum_{r\in R_w} f_r = t_w \quad w\in W \qquad (4)$$

$$f_r \geqq 0 \quad r\in R \qquad (5)$$

ここで，$\bar{t}=[\cdots,\bar{t}_w,\cdots]^T$：ターゲットOD交通量ベクトル，$\bar{t}_w$：ODペア$w\in W$間の交通量，W：ODペア集合，$\bar{v}=[\cdots,\bar{v}_a,\cdots]^T$：観測リンク交通量ベクトル，$\bar{v}_a$：リンク $a\in\bar{A}$ 上の観測交通量，$\bar{A}$：観測リンク集合，A：ネットワークのリンク集合，t, v：それぞれ推計すべきOD交通量ベクトルとそれに基づく配分リンク交通量ベクトル，U，W：加重マトリックス，R：ネットワークの経路集合，R_w：ODペア$w\in W$間の経路集合，f_r：経路$r\in R$の交通量，$c_a(v_a)$：リンクコスト関数，

$$v_a=\sum_{r\in R} f_r\,\delta_{ar} \qquad a\in A$$

$$\delta_{ar}=\begin{cases}1 & \text{経路}r\text{がリンク}a\text{を通るとき}\\ 0 & \text{そのほか}\end{cases}$$

3．モデルの特徴

以上で定式化した問題(1)～(5)は上位決定ベクトル変数tをもつleaderと下位決定ベクトル変数vをもつfollowerからなる２レベルStackelberg 問題であり，以下の特徴をもつことがわかる。

(1)上位問題の目的関数はその決定変数tに関する狭義凸関数である。また与えられた上位決定変数 t に対して，下位問題の目的関数はその決定変数 vに関する狭義凸関数である。さらに上・下位問題の制約条件も凸であるから，提案した問題は凸２レベル計画問題であることがわかる。(2) この凸２レベル計画問題は実行可能解をもっている。特に観測リンク交通量データが観測誤差等によってフロー保存条件或は利用者均衡条件を満たさなくても，解の存在性は保証できる。(3) ネットワークリンクの一部分で交通量が観測されていればモデルは推計可能である。また経路選択率は内生的に決定され，求めるOD交通量とリンク交通量は利用者均衡条件を満たす。

4．数値解法

Stackelberg 問題を交通計画の分野に用いられた例はすでに多くみられている。その中に特に利用者均衡制約下での最適ネットワーク形成問題として知られている。しかし Stachelberg問題の大域的最適

解を求めるための有効なアルゴリズムが存在しないため，本研究ではヒューリスティックな数値解法を用いる。基本的な考え方は上位問題と下位問題を繰り返して解くことにより，元の問題の解を得ようとする方法であり，以下のように書くことができる。

Step 0. Initialize $P^{(0)}=[p^a_w{}^{(0)}]$; $k:=0$.
Step 1. Find $t^{(k+1)}$ using $P^{(k)}$.
Step 2. Determine $P^{(k+1)}$ using $t^{(k+1)}$.
Step 3. Stopping criterion is met then stop;
else $k:=k+1$ and go to Step 1.

ここで，$P=[p^a_w]$は配分比例行列であり，その要素$p^a_w(a\in\bar{A}, w\in W)$はODペアw間の交通量がリンクaを利用する割合を表す。

Step 0では初期値 $P^{(0)}$はターゲットOD交通量$\bar{t}$をネットワークに配分することで得られる。Step 1では上位問題は通常の最小二乗法問題となり，OD交通量は次のように解析的に求めることができる。

$$t^{(k+1)}=(U^{-1}+P^{T(k)}W^{-1}P^{(k)})^{-1}(U^{-1}\bar{t}+P^{T(k)}W^{-1}\bar{v})$$

Step 2ではFrank-Wolfe 法と呼ばれる凸結合アルゴリズムを用いて各OD交通量をネットワークに配分し，OD間の経路選択率を求める。Step 3ではOD交通量$t^{(k+1)}$，$t^{(k)}$の相対変化率を収束判断基準とする。

このアルゴリズムの妥当性を調べるために，Fig. 1で示すネットワークとTable 1で示す入力データを用いて数値計算を行った。その結果は Table 2に示されている。提案した解法は初期値によらず速やかに解析的に求めた厳密解に収束することがわかる。

5．おわりに

本研究では交通混雑を考慮した観測リンク交通量からのOD交通量推計モデルを提案した。定式化した問題はネットワーク均衡問題を制約条件としてもつ凸2レベル計画問題であり，交通混雑が利用者の経路選択に与える影響を明示的に考えたところで従来の推計モデルと異なる。さらに問題を解くためにヒューリスティックな解法を示し，簡単な数値計算例を用いてアルゴリズムの大域的収束性を確かめることができた。将来の課題としては，より効率的アルゴリズムの開発と実際規模のネットワークを用いた数値検証，また異なる上位問題の目的関数を用いる場合のモデルの相互比較分析などがあげられる。

［参考文献］楊海ら：交通混雑を考慮した観測リンク交通量からのＯＤ交通量推計モデル，土木学会論文集（投稿中）。

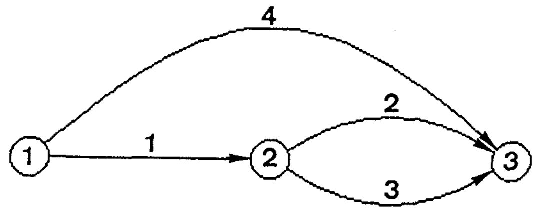

Fig. 1. Test network 1.

Table 1. Data for test network 1

Link cost function	Target O-D matrix	Observed link flows
$c_1=20+v_1$	1→3	$\bar{v}_2=25$
$c_2=10+2v_2$	$\bar{t}_{13}=30$	$\bar{v}_3=30$
$c_3=25+v_3$	2→3	$\bar{v}_4=40$
$c_4=40+v_4$	$\bar{t}_{23}=30$	

Table 2. Numerical results for test network 1

Iteration number (k)	Case 1			Case 2			Case 3		
	t_{13}	t_{23}	F	t_{13}	t_{23}	F	t_{13}	t_{23}	F
0*	30.00	30.00	425.89	70.00	80.00	5240.1	10.00	10.00	2798.3
1	37.64	36.56	246.53	36.77	36.90	246.50	38.12	30.68	298.58
2	37.43	36.69	246.49	37.29	36.80	246.52	38.19	36.11	247.38
3	37.40	36.75	246.39	37.41	36.74	246.45	37.56	36.57	246.65
4	37.42	36.73	246.43	37.52	36.63	246.37	37.50	36.65	246.49
5				37.48	36.64	246.34	37.51	36.64	246.36
Optimal solutions	$t^*_{13}=37.24$			$t^*_{23}=36.99$			$F^*=246.14$		

Note: 0* representing different initial values, stopping tolerance $\varepsilon=0.001$.